

Enfriador termoeléctrico con dependencia espacial en la conductividad térmica del material termoeléctrico y estudio de la influencia de la razón de conductancias térmicas en el desempeño del enfriador

Ing. Dulce Beatriz Galicia De los Santos¹, Dr. Miguel Ángel Olivares Robles², Dr. Edgar Méndez Lango³

Resumen: Un enfriador termoeléctrico (TEC) es un dispositivo en el que se presenta el efecto Peltier. Este efecto produce una diferencia de temperatura en las uniones del TEC al paso de una corriente eléctrica. En este trabajo se estudia la Potencia de Enfriamiento (\dot{Q}_C) y el Coeficiente de Desempeño (COP) de un TEC cuando la conductividad térmica (k) del material termoeléctrico tiene dependencia espacial. Las ecuaciones para \dot{Q}_C y COP son deducidas y comparadas con el modelo de propiedades termoeléctricas constantes (k constante). Además, se estudia la influencia de la razón de conductancias térmicas en el desempeño del enfriador. Los resultados de este trabajo muestran las condiciones que conducen a un mayor rendimiento del TEC.

Palabras clave: Enfriador termoeléctrico, conductividad térmica, dependencia espacial, calor de Joule y razón de conductancias.

Introducción

La energía que proviene de fuentes no renovables (petróleo, carbón, gas natural) tiene un impacto dañino al medio ambiente. Las fuentes renovables o alternativas (eólica, solar, geotérmica, biomasa) son una opción para reducir el impacto negativo al medio ambiente por parte de las actividades humanas (Akella et al. 2009). Además de la utilización de fuentes renovables, el aprovechamiento de la energía térmica de desecho proveniente procesos industriales, representa una oportunidad para mejorar la eficiencia de un proceso (Muhamad Zuhud et al. 2018 y Alexander et al. 2012). El consumo energético continúa en aumento debido a las actividades humanas (Muhamad Zuhud et al. 2018 y Cao et al. 2016). Los dispositivos termoeléctricos, tal como un generador termoeléctrico, operan con una diferencia de temperatura, el cual puede provenir o no de calor de desecho (Alexander et al. 2012).

Un TEC genera una diferencia de temperatura si circula una corriente eléctrica a través de él (Tervo et al. 2009). Su funcionamiento es en base del efecto Peltier, el cual ocurre cuando una corriente fluye por un circuito compuesto por dos conductores de material diferente. Lo que se observa es absorción de energía térmica en una unión y rechazo en la otra.

Un módulo termoeléctrico está formado por los dos conductores (material tipo n y tipo p) los cuales están conectados térmicamente a dos placas cerámicas, paralelas y eléctricamente en serie (Patidar, 2018). Estos dispositivos son apropiados para usarse en aplicaciones de baja potencia (Muhamad Zuhud et al. 2018), sin embargo, varios autores han hecho esfuerzos para proponer e investigar opciones de construcción que puedan mejorar su eficiencia. Se ha propuesto minimizar el costo de operación (Xuan, 2002), un método para mejorar el COP y \dot{Q}_C para un enfriador multietapas (Xuan, 2002), así como la mejora de las propiedades de los materiales termoeléctricos (Qiu et al. 2016 y Moshwan et al. 2017) para que sean menos nocivos para el medio ambiente.

Hasta el momento no se ha estudiado el efecto de la distribución asimétrica del calor de Joule en un TEC. En este trabajo se analiza el efecto de la conductividad térmica de los materiales termoeléctricos con dependencia espacial en el rendimiento del TEC, para mejorar tanto el \dot{Q}_C como en el COP.

El manuscrito es organizado como sigue: se deducen las ecuaciones para la potencia de enfriamiento (\dot{Q}_C) y el coeficiente de desempeño (COP), para un TEC en el que la conductividad térmica y, en consecuencia, el calor de Joule son asimétricos. Posteriormente, se discuten las condiciones que mejoran el rendimiento del TEC, es decir, se determina el régimen de operación óptimo.

¹ La Ing. Dulce Beatriz Galicia De los Santos es alumna en el Instituto Politécnico Nacional, Coyoacán 04430, Ciudad de México, México. dgaliciad1900@alumno.ipn.mx (autor correspondiente)

² El Dr. Miguel Ángel Olivares Robles es profesor en el Instituto Politécnico Nacional, Coyoacán 04430, Ciudad de México, México. olivares@ipn.mx o olivares67@gmail.com

³ El Dr. Edgar Méndez Lango es profesor en la Universidad Autónoma de Querétaro, C.U. Cerro de las Campanas s/n 76010, Querétaro, México. emendez56@gmail.com

Metodología

En este manuscrito se considera el análisis sólo de un par termoeléctrico, el cual se conforma de dos conductores termoeléctricos (termoelementos) tipo p y tipo n, los cuales están unidos a depósitos de calor (frío y caliente) en los extremos (Fig. 1)

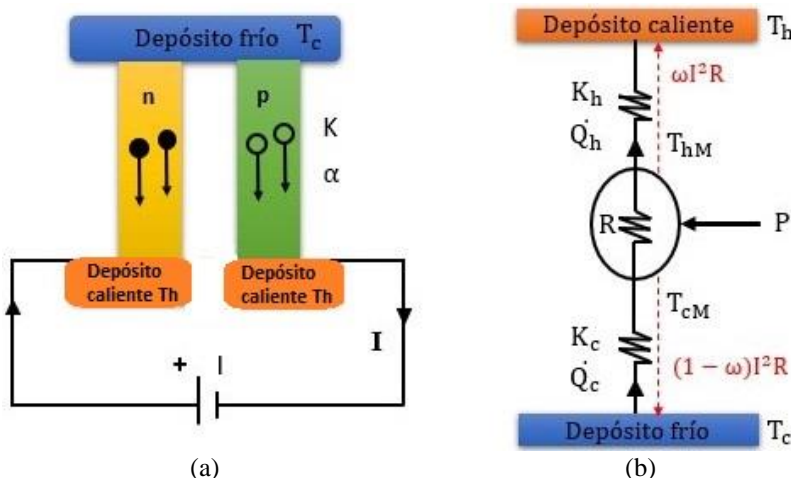


Figura 1. Esquemas del enfriador termoeléctrico (TEC). (a) Dirección de la corriente en el enfriador termoeléctrico. K y α corresponden respectivamente a la conductancia y al coeficiente de Seebeck de los termoelementos e I a la corriente del TEC. (b) Esquema del enfriador termoeléctrico con resistencias térmicas. T_{cM} y T_{hM} son las temperaturas de las uniones fría y caliente respectivamente. T_c es la temperatura del depósito frío y T_h es la temperatura del depósito caliente. R es la resistencia de los termoelementos, \dot{Q}_c la potencia de enfriamiento y \dot{Q}_h la razón de rechazo del calor del lado caliente. P es la potencia de entrada del TEC, ω es la fracción de calor de Joule al depósito caliente. K_c y K_h son respectivamente las conductancias de contacto térmico del lado frío y caliente (Xuan, 2003)

Las ecuaciones que describen a \dot{Q}_c y \dot{Q}_h de un par termoeléctrico con propiedades de material independientes de la temperatura y calor de Joule simétrico para ambos conductores termoeléctricos (termoelementos) tipo p y tipo n, (Xuan, 2003) y están compuestas de los términos convectivo ($\alpha IT_{cM(hM)}$), fuga de calor del material termoeléctrico ($K(T_{hM} - T_{cM})$) y del calor de Joule (I^2R), el cual se distribuye simétricamente a los depósitos caliente y frío, están dadas por:

$$\dot{Q}_c = \alpha IT_{cM} - K(T_{hM} - T_{cM}) - \frac{1}{2} I^2 R \quad (1)$$

$$\dot{Q}_h = \alpha IT_{hM} - K(T_{hM} - T_{cM}) + \frac{1}{2} I^2 R \quad (2)$$

A partir de la propuesta de Kaur y Johal (2019) de distribución asimétrica del calor de Joule en un generador termoeléctrico (TEG) por medio de la conductividad térmica dependiente del espacio $k = k_0(1 - x/L)^d$, se obtienen las ecuaciones de la potencia de enfriamiento (\dot{Q}_c) y la razón de rechazo del calor \dot{Q}_h (ver anexo) con distribución no simétrica de calor de Joule para un TEC en términos de las temperaturas de las uniones (T_{cM}, T_{hM}). En la ecuación (3), la fracción de calor de Joule ($1 - \omega$) va hacia el depósito frío y en la ecuación (4), la fracción de calor de Joule (ω) va hacia el depósito caliente, lo cual es efecto de la conductividad térmica con dependencia espacial:

$$\dot{Q}_c = \alpha IT_{cM} - K(T_{hM} - T_{cM}) \frac{\omega}{1 - \omega} - I^2 R(1 - \omega) \quad (3)$$

$$\dot{Q}_h = \alpha IT_{hM} - K(T_{hM} - T_{cM}) \frac{\omega}{1 - \omega} + I^2 R(\omega) \quad (4)$$

Se determina \dot{Q}_c y \dot{Q}_h al aplicar la ley de conducción de Fourier para los termoelementos y los depósitos:

$$\dot{Q}_c = K_c(T_c - T_{cM}) \quad (5)$$

$$\dot{Q}_h = K_h(T_{hM} - T_h) \quad (6)$$

Al determinarse las ecuaciones para las temperaturas del material en los lados frío y caliente (T_{cM} , T_{hM}), con las ecuaciones (3)-(6), se tiene que \dot{Q}_c y \dot{Q}_h en términos de las temperaturas de depósito (T_c , T_h) son las ecuaciones (7) y (8):

$$\dot{Q}_c = K_c \left[\frac{\alpha I T_c - (1 - \omega) I^2 R}{K_c + I \alpha} \right] \quad (7)$$

$$\dot{Q}_h = K_h \left[\frac{\alpha I T_h + \omega I^2 R}{K_h - I \alpha} \right] \quad (8)$$

La razón de conductancias, denominada $K_r = K_h/K_c$, se utiliza para observar la relevancia de la proporción de los valores de conductancias de contacto de lado frío y lado caliente (K_c y K_h) en la potencia de enfriamiento \dot{Q}_c . La ecuación 9 se obtiene al introducir la razón de conductancias (K_r) en la ecuación 7:

$$\dot{Q}_c = K_r/K_h \left[\frac{\alpha I T_c - (1 - \omega) I^2 R}{K_r/K_h + I \alpha} \right] \quad (9)$$

Un proceso reversible en termodinámica es visto como un proceso cuasi estático que tiene equilibrio en el sistema por un tiempo muy grande (Aperet et al. 2012). En un proceso real se tiene irreversibilidades y en el caso de los termoelectricos se tiene irreversibilidades externas, producidas por la transferencia de calor de los contactos térmicos a los depósitos, e internas, por el calor de Joule y fuga térmica en el material termoelectrico (Manikandan et al. 2016). En este modelo de par termoelectrico para un TEC se considera que no existe fuga térmica en el material termoelectrico y que se tiene valores finitos para las irreversibilidades externas en ambos depósitos (caliente y frío), K_h y K_c , (Kaur y Johal, 2019 y Zhou y Yu, 2012).

El COP en un TEC está definido como (Xuan, 2003):

$$COP = \dot{Q}_c / (\dot{Q}_h - \dot{Q}_c) \quad (9)$$

Las propiedades de los materiales termoelectricos considerados en este trabajo son $\alpha = 4.0 \times 10^{-4} \text{VK}^{-1}$, $R = 0.0133 \Omega$, $K_c = 0.18 \text{WK}^{-1}$ y $K_h = 0.18 \text{WK}^{-1}$ (Xuan, 2003). Se grafica en un intervalo de corriente de 0 a 6 A.

Resultados

Para conocer el efecto de ω (en el intervalo de 0.1 a 0.9) sobre la potencia de enfriamiento (\dot{Q}_c) y sobre el coeficiente de desempeño (COP) en función de la corriente I , se obtuvieron las gráficas \dot{Q}_c vs I y COP vs I (Fig. 2 y Fig. 3 respectivamente). Para la gráfica de la potencia de enfriamiento se utilizó la potencia de enfriamiento descrita en la ecuación 7 y para el coeficiente de desempeño la descrita en la ecuación 9. En las figuras 2 y 3 el caso simétrico se representa por la curva con óvalos. Ambas muestran el efecto del valor de ω , en el intervalo desde 0.1 hasta 0.9.

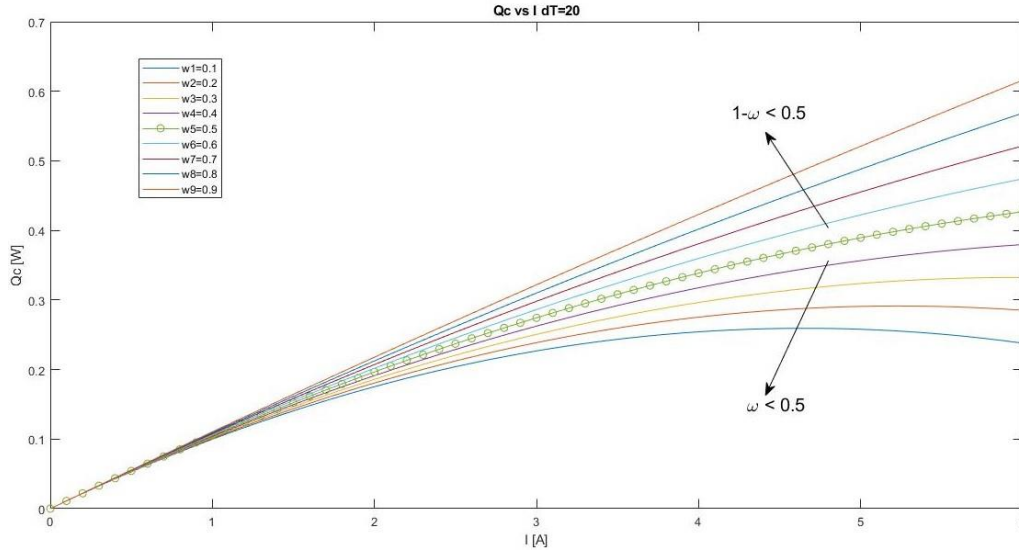


Figura 2. Comparación de la potencia de enfriamiento (\dot{Q}_c) contra la corriente para valores de fracción de calor de Joule del lado caliente (ω) de 0.1 a 0.9

En la Figura 2, para valores de $\omega < 0.5$, los valores de potencia de enfriamiento tienen tendencia a disminuir de forma asintótica con respecto al caso simétrico ($\omega = 0.5$). Mientras que para valores de $1 - \omega < 0.5$, la potencia de enfriamiento tiende a aumentar de forma asintótica. Es importante notar que el signo que antecede a $1 - \omega$ en la ecuación (7), indica que conforme el valor de ω aumenta el valor de la potencia de enfriamiento aumenta.

Las curvas de \dot{Q}_c aumentan de forma casi lineal en el intervalo de 0 a 1 A y a partir de 4 a 6 A comienzan a aumentar rápidamente, porque el término de la corriente está elevado al cuadrado y en cuanto mayor es la corriente, más rápido aumentan los valores de \dot{Q}_c .

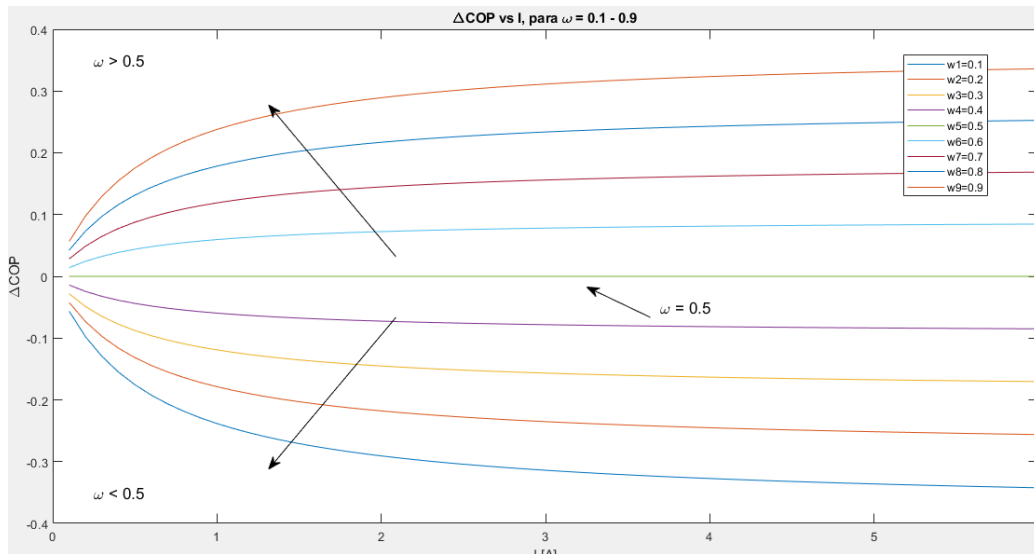


Figura 3. Comparación de la diferencia de coeficiente de desempeño contra la corriente para valores de fracción de calor de Joule del lado caliente (ω) de 0.1 a 0.9

En la Figura 3, se tiene la diferencia de coeficiente de desempeño contra la corriente teniendo como referencia el caso simétrico ($\omega=0.5$) para realizar la comparación de gráficas con respecto al rango de 0.1 a 0.9 de fracción de calor de Joule. Los valores de la diferencia de COP para corrientes muy pequeñas tienden al caso simétrico, pero alrededor de los 3 A tienden a estabilizarse en un valor y la máxima razón de cambio observable es a 1.5 A.

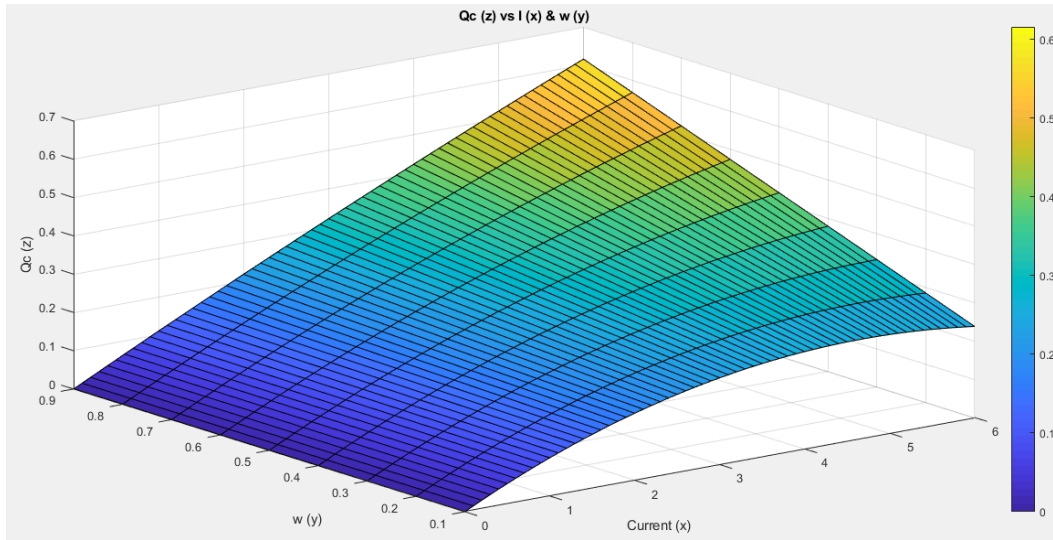


Figura 4. Potencia de enfriamiento \dot{Q}_c contra la fracción de calor de Joule, ω y la corriente I. Se muestra el plano de las 3 dimensiones descritas anteriormente. El plano tiene curvatura para fracciones de calor de Joule con valores pequeños y conforme estos últimos aumentan la potencia de enfriamiento y el comportamiento del plano va siendo cada vez más recto..

En la Figura 4, se observa que la potencia de enfriamiento (\dot{Q}_c) aumenta conforme la fracción de calor de Joule aumenta de 0.1 a 0.9. La potencia de enfriamiento alcanza su valor máximo con respecto a la corriente cuanto más pequeño es el valor de la fracción de calor de Joule. Para una fracción de calor de Joule de 0.9, el valor de potencia de enfriamiento es máximo para las características del enfriador termoelectrico propuesto.

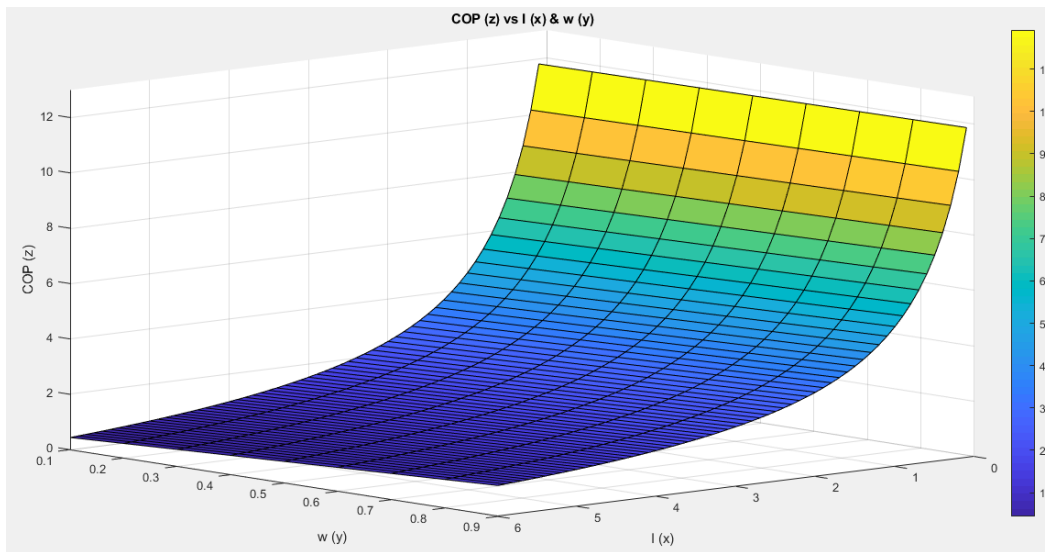


Figura 5. Coeficiente de desempeño, COP, contra la fracción de calor de Joule, ω y la corriente I.

En la Figura 5, se observa que el valor máximo del coeficiente de desempeño (COP) aumenta mínimamente conforme la fracción de calor de Joule aumenta de 0.1 a 0.9. Así mismo, al aumentar la corriente es más grande, el valor del COP disminuye.

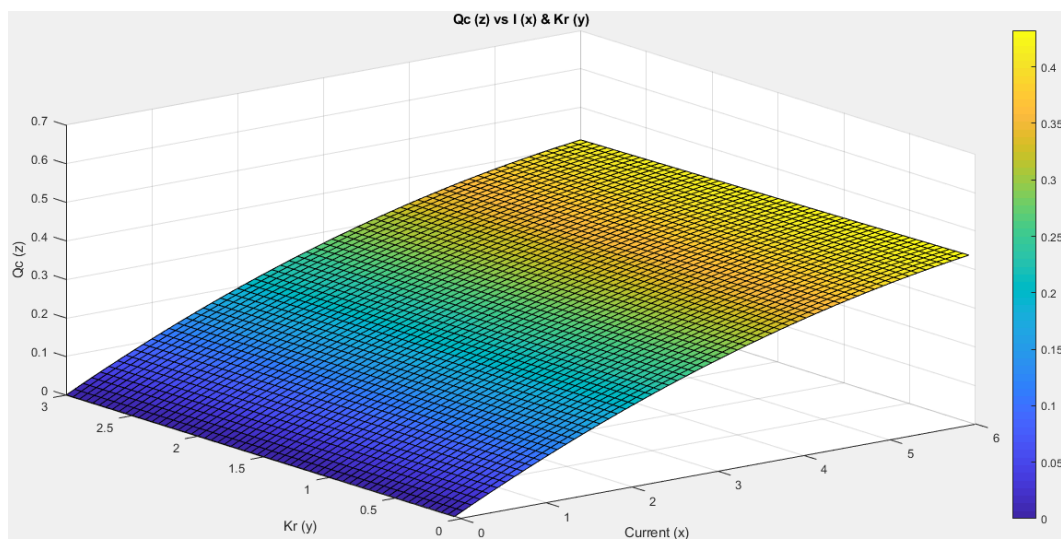


Figura 6. Potencia de enfriamiento \dot{Q}_c contra la razón de conductancias K_r y corriente I

Para valores pequeños o grandes de razón de conductancias, el valor máximo de potencia de enfriamiento permanece prácticamente invariable, ya sea que la proporción de las conductancias, K_h y K_c , sea grande o pequeña no provoca un cambio notorio en cuanto al valor de potencia de enfriamiento. Por lo tanto, la influencia de la razón de conductancias en la potencia de enfriamiento es despreciable.

Conclusiones

Se encontró que el desempeño de un enfriador termoelectrico (TEC) es mejor si la conductividad térmica de sus termoelementos es espacialmente dependiente comparado con aquel que no tiene esa dependencia, es decir, tiene conductividad térmica constante. La razón de la mejora, en el desempeño del TEC, es porque el calor de Joule se transfiere mayormente hacia el depósito caliente.

En un TEC con conductividad térmica espacialmente dependiente, sin fuga de calor en el material termoelectrico (condición de acoplamiento de flujo) y con irreversibilidades en ambos lados del material, los valores del COP y la potencia de enfriamiento (\dot{Q}_c) aumentan para valores mayores a $\omega = 0.5$, es decir, cuanto mayor es el calor de Joule que fluye al depósito caliente. Esto tiene fundamento en que, si la potencia de enfriamiento aumenta, el rechazo de calor también aumentará.

Limitaciones

La influencia de la razón de conductancias en la potencia de enfriamiento no es significativa pues no aumenta ni disminuye apreciablemente el valor de la potencia de enfriamiento.

Recomendaciones

Se recomienda trabajar con un TEC que tenga la mayor parte del calor de Joule en el lado caliente del dispositivo para tener mayor COP. Para investigaciones subsecuentes, se sugiere experimentar con otros materiales y diferencias de temperatura.

Anexo: Desarrollo de Ecuaciones para las Ecuaciones Térmicas

El objetivo del anexo es explicar la obtención de las ecuaciones de potencia de enfriamiento y rechazo de calor para un par termoelectrico de un TEC. Nomenclatura: \vec{q} es la densidad de corriente de calor, es α es el coeficiente de Seebeck de los termoelementos, J es el flujo eléctrico (densidad de corriente eléctrica), T la temperatura, x para indicar longitud del termoelemento, k conductividad térmica dependiente del espacio ($k = k_0(1 - x/L)^d$), σ conductividad eléctrica, A área transversal de termoelemento, L longitud de termoelemento, k_0 conductividad térmica en el lado frío, d coeficiente espacial de la conductividad propuesta y E el campo eléctrico. Para obtener las ecuaciones de potencia de enfriamiento (\dot{Q}_c) y rechazo de calor (\dot{Q}_h) de un TEC, se realiza un procedimiento similar al desarrollado para un generador termoelectrico por Kaur y Johal.

Se describe la ecuación de densidad de corriente de calor en la ecuación (10) y la forma local de la misma en la ecuación (11), la forma local de la ley de Joule en términos del campo eléctrico y el flujo eléctrico en la ecuación (12)

y la ecuación de densidad de corriente eléctrica de la teoría Onsager-Callen en la ecuación (13) (Kaur y Johal, 2019 y Shih et al. 2006):

$$\vec{q} = \alpha \vec{j} T - k \vec{\nabla} T \quad (10)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{q} = \alpha \vec{j} \cdot \vec{\nabla} T - \vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T) \quad (11)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{q} = \vec{j} \cdot \vec{E} \quad (12)$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} - \alpha \sigma \vec{\nabla} T \quad (13)$$

Se obtiene la ecuación (14) al combinar las ecuaciones (11) y (12) para obtener el flujo eléctrico y sustituirlo en la ecuación (13), simplificando para el caso dimensional del material termoeléctrico. Al integrar una vez la ecuación (14) se obtiene la ecuación (15) (Kaur y Johal, 2019).

$$k \frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{dk}{dx} \frac{dT}{dx} = - \frac{J^2}{\sigma} \quad (14)$$

$$\frac{dT}{dx} = - \frac{J^2 x}{\sigma k} + \frac{C}{k} \quad (15)$$

Para obtener el valor de la constante C, se evalúa la ecuación (15) con las condiciones de temperatura en los extremos del termoelemento ($T(0) = T_{CM}$ y $T(L) = T_{hM}$):

$$\frac{dT}{dx} = - \frac{J^2 x}{\sigma k_0 (1 - x/L)^d} + \frac{(T_{hM} - T_{CM})(1 - d)}{L(1 - x/L)^d} + \frac{J^2 L}{\sigma(2 - d)k_0(1 - x/L)^d} \quad (16)$$

La ecuación (16) se introduce en la ecuación (10) y se evalúa la densidad de corriente de calor, q, en $x = 0$ y $x = L$.

Para obtener la potencia de enfriamiento (\dot{Q}_c) y rechazo de calor (\dot{Q}_h), se multiplica por el área cada expresión de densidad de corriente de calor previamente evaluada:

$$\dot{Q}_c = J(0)A \quad (17)$$

$$\dot{Q}_h = J(L)A \quad (18)$$

Se obtienen las ecuaciones (3) y (4) al simplificar los términos de las ecuaciones (17) y (18) con: la conductancia térmica $K = k_0 A/L$, la resistencia eléctrica $R = L/\sigma A$, y la corriente eléctrica ($I = JA$) y la fracción de calor de Joule $\omega = \frac{1-d}{2-d}$.

Referencias

- Akella, A. K., Saini, R. P., & Sharma, M. P. (2009). Social, economical and environmental impacts of renewable energy systems. *Renewable Energy*, 34(2), 390–396. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2008.05.002>
- Alexander, B., Boscoe, A., Cabot, M., Dawsey, P., Barreau, L. E. y Griffith, R. (2012). Alphabet Energy: Thermoelectrics and Market Entry. *California Management Review*, 55(1), 149–160. <https://doi.org/10.1525/cm.2012.55.1.149>
- Apertet, Y., Ouerdane, H., Goupil, C., & Lecoeur, P. (2012). Irreversibilities and efficiency at maximum power of heat engines: The illustrative case of a thermoelectric generator. *Physical Review E*, 85(3). <https://doi.org/10.1103/physreve.85.031116>
- Cao, X., Dai, X. y Liu, J. (2016). Building energy-consumption status worldwide and the state-of-the-art technologies for zero-energy buildings during the past decade. *Energy and Buildings*, 128, 198–213. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2016.06.089>
- Kaur, J. y Johal, R. S. (2019). Thermoelectric generator at optimal power with external and internal irreversibilities. *Journal of Applied Physics*, 126(12), 125111. <https://doi.org/10.1063/1.5109464>
- Manikandan, S., Kaushik, S. C., & Anusuya, K. (2016). Thermodynamic modelling and analysis of thermoelectric cooling system. 2016 International Conference on Energy Efficient Technologies for Sustainability (ICEETS). Presentado en 2016 International Conference on Energy Efficient Technologies for Sustainability (ICEETS). <https://doi.org/10.1109/iceets.2016.7583838>
- Moshwan, R., Yang, L., Zou, J. y Chen, Z.-G. (2017). Eco-Friendly SnTe Thermoelectric Materials: Progress and Future Challenges. *Advanced Functional Materials*, 27(43), 1703278. <https://doi.org/10.1002/adfm.201703278>
- Muhamad Zuhud, A., Mochammad, F. y Widayat, W. (2018). Thermoelectric application in energy conservation. *E3S Web of Conferences*, 73, 1009. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/20187301009>
- Patidar, S. (2018). Applications of Thermoelectric Energy: A Review. *International Journal for Research in Applied Science and Engineering Technology*, 6(5), 1992–1996. <https://doi.org/10.22214/ijraset.2018.5325>
- Qiu, P., Shi, X., & Chen, L. (2016). Cu-based thermoelectric materials. *Energy Storage Materials*, 3, 85–97. <https://doi.org/10.1016/j.ensm.2016.01.009>
- Shih, T., Harris, R., Hogan, T., & Schock, H. (2006). Heat Transfer and Electric Current Flow in a Thermoelectric Couple. 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Presentado en 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. <https://doi.org/10.2514/6.2006-575>

- Tervo, J; Manninen, A; Illola, R. y Hänninen, H. (2009). State of the art of thermoelectric materials processing, properties, applications, VTT Working Papers. Número 124.
- Xuan, X. C. (2002). Optimum design of a thermoelectric device. *Semiconductor Science and Technology*, 17(2), 114–119. <https://doi.org/10.1088/0268-1242/17/2/304>
- Xuan, X. C. (2002). On the optimal design of multistage thermoelectric coolers. *Semiconductor Science and Technology*, 17(6), 625–629. <https://doi.org/10.1088/0268-1242/17/6/322>
- Xuan, X. C. (2003). Investigation of thermal contact effect on thermoelectric coolers. *Energy Conversion and Management*, 44(3), 399–410. [https://doi.org/10.1016/s0196-8904\(02\)00062-6](https://doi.org/10.1016/s0196-8904(02)00062-6)
- Zhou, Y. y Yu, J. (2012). Design optimization of thermoelectric cooling systems for applications in electronic devices. *International Journal of Refrigeration*, 35(4), 1139–1144. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2011.12.003>

Notas Biográficas

La Ing. Dulce Beatriz Galicia De los Santos es estudiante de maestría del programa MCISE en el Instituto Politécnico Nacional, Coyoacán 04430, Ciudad de México, México.

El Dr. Miguel Ángel Olivares Robles es profesor investigador en la sección de Estudios de Posgrado e Investigación en el Instituto Politécnico Nacional, Coyoacán 04430, Ciudad de México, México. Recibió el grado de Maestro en Ciencias en Física y el grado de Doctor en Ciencias 1994 y 1997 respectivamente, en la Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Iztapalapa (UAM - Iztapalapa).

El Dr. Edgar Méndez Lango es profesor investigador en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Querétaro. Recibió el grado de Maestro en Ciencias en Física y Doctor en Ciencias en la Universidad Autónoma Metropolitana Iztapalapa (UAM-Iztapalapa)