

# Diseño y Aplicación de un Algoritmo Colonia de Hormigas en un Caso Real de Balanceo de Líneas de Ensamble con Subprocesos Mutuamente Excluyentes

Dr. Sergio M. Ramírez Campos<sup>1</sup>, M. C José G. Flores Cárdenas<sup>2</sup>, Ing. Mayra I. Avilés García<sup>3</sup>, Ing. Judith Fraga Monsiváis<sup>4</sup>, M.A. Ana L. Ramírez Jaramillo<sup>5</sup>

**Resumen:** Se explica el diseño, la aplicación y los resultados de un algoritmo colonia de hormigas (CH) en un caso real de balanceo de una línea en donde se ensambla un centro de lavado que consiste en una lavadora montada sobre una secadora. El proceso se divide en varios subprocesos, cada uno con varios elementos y donde cada subproceso está relacionado con uno o varios de los otros subprocesos. En otras palabras, existen elementos que pertenecen a un subconjunto  $J$  el cual es mutuamente excluyente de los demás subconjuntos. Además, cada subconjunto muestra al menos una precedencia con uno o más subconjuntos. Este caso fue atendido por Ramírez et al. (2010), en donde se utilizó un algoritmo genético (AG) en el que se planteó alcanzar el menor número de estaciones de trabajo ( $et$ ). De manera similar, en la investigación actual se buscó minimizar el producto de  $et$  y el tiempo de ciclo incurrido ( $tc$ ), destacando que se encontró una mejor solución ya que se logró una solución con 29 estaciones de trabajo siendo que con el AG, la mejor solución fue de 31 estaciones. Además, el tiempo promedio de una corrida con CH fue menor en un 31% que el incurrido con el AG. Asimismo, se incluye información detallada de los cálculos de tal manera que es posible que el lector puede verificar que se cumplen las restricciones duras, como son las precedencias, no exceder el tiempo máximo de ciclo en todas y cada una de las estaciones de trabajo y la asignación, en alguna estación, de todos los elementos considerados.

**Palabras clave:** Balanceo de línea, Colonia de hormigas, caso real.

## Introducción

El algoritmo colonia de hormigas (CH) sigue vigente. Nguyen y Jung (2023) lo utilizan, junto con una técnica de negociación automatizada, para proponer un sistema descentralizado que determina las rutas de tráfico en tiempo real y así reducir el congestionamiento, tiempos de recorrido, el consumo de combustible y, por lo tanto, la contaminación. Asocian la feromona al tiempo en que un vehículo recorre una longitud a una cierta velocidad, así como al consumo de combustible utilizado para recorrer dicha longitud. Sus resultados, en comparación con otros métodos, muestran una reducción en el tiempo de viaje y en el consumo de combustible.

Liang et al. (2023) utilizan CH junto con una heurística para atender el problema de maximizar la influencia en un sector del mercado a través de las redes sociales en el lanzamiento de un producto. Su modelo evalúa el grado de similitud de los usuarios y su cohesión como grupo, así como las expectativas del comercializador. Sus resultados son prometedores en términos de confiabilidad, eficiencia y robustez.

Mehmood et al. (2023) atienden el problema del taladrado en el proceso de maquinado. Mencionan que el 70% del tiempo de dicho proceso se consume en el intercambio de la herramienta y su desplazamiento a los puntos de perforación. Utilizan un algoritmo híbrido basado en el salto de rana combinado (SFLA) y CH, el primero para la fase de exploración en el diseño del espacio y el óptimo global y CH lo aplican en la fase de explotación para la búsqueda local. Al comparar con el software comercial de CAM, muestran que su propuesta obtiene mejores resultados en problemas del mundo real.

Li et al. (2022) abordan el problema de la planeación de rutas turísticas a fin de maximizar los ingresos por el turismo mientras se mejora la satisfacción global de todos los grupos de turistas considerando su edad y preferencias, así como la capacidad de atención en las diversas rutas. Para ello, utilizan un algoritmo CH en el que mejoran la velocidad de convergencia y la habilidad en la búsqueda local mediante dos métodos basados en el conocimiento: una selección dinámica de la probabilidad y una priorización dinámica de soluciones. Sus resultados muestran que su

<sup>1</sup>El Dr. Sergio M. Ramírez Campos es docente en el departamento de Ingeniería Industrial del Tecnológico Nacional de México campus Saltillo, [sergio.rc@saltillo.tecnm.mx](mailto:sergio.rc@saltillo.tecnm.mx) (autor corresponsal)

<sup>2</sup>El maestro José G. Flores Cárdenas es docente en el departamento de Ingeniería Industrial del Tecnológico Nacional de México campus Saltillo, [jose.fc@saltillo.tecnm.mx](mailto:jose.fc@saltillo.tecnm.mx)

<sup>3</sup>La maestra Mayra I. Avilés García es docente en el departamento de Ingeniería Industrial del Tecnológico Nacional de México campus Saltillo, [mayra.ag@saltillo.tecnm.mx](mailto:mayra.ag@saltillo.tecnm.mx)

<sup>4</sup>La maestra Judith Fraga Monsiváis es docente en el departamento de Ingeniería Industrial del Tecnológico Nacional de México campus Saltillo, [judith.fm@saltillo.tecnm.mx](mailto:judith.fm@saltillo.tecnm.mx)

<sup>5</sup>La maestra Ana L. Ramírez Jaramillo es docente en el departamento de Ciencias Económico Administrativas del Tecnológico Nacional de México campus Saltillo, [ana.rj@saltillo.tecnm.mx](mailto:ana.rj@saltillo.tecnm.mx)

modelo obtiene la solución óptima con una alta eficiencia mientras resuelve el problema de la planeación de las rutas del turismo. Además, el modelo también puede satisfacer el beneficio económico de las compañías turísticas y logra el camino óptimo bajo diferentes opciones de rutas.

Así, se puede concluir que CH es un algoritmo con impacto en diversos escenarios de optimización combinatoria, lo cual concuerda con la problemática de esta investigación, donde se debe determinar qué elementos incluir en cada estación de trabajo buscando utilizar el menor número de dichas estaciones a la vez que se satisfacen las restricciones duras ya mencionadas.

### Metodología

#### Diseño del Algoritmo CH

Antes de mostrar los pasos del algoritmo, es necesario explicar que, una vez que una hormiga ha realizado un recorrido (bajo las reglas del algoritmo), equivale a haber generado una solución, la cual está dada por un cierto número de estaciones de trabajo en las que han sido asignados todos los elementos de trabajo y que satisface todas las restricciones de precedencia y de subconjuntos definidos previamente (cuadros 1 al 6) y además de que el tiempo de ciclo de la estación más lenta ( $tc_i$ ) es menor o igual que el tiempo de ciclo máximo permitido ( $tc_{max}$ ). Por lo anterior, se están considerando solamente soluciones factibles.

#### Pasos del algoritmo CH

El objetivo es minimizar el número total de estaciones de trabajo ( $eti$ ), lo cual se va a evaluar, en la  $i$ -ésima solución, multiplicando  $eti$  por el tiempo de ciclo ( $tc_i$ ), siendo éste, el tiempo de la estación más lenta. Enseguida se describen los pasos del método aplicado.

**Paso A:** Fijar los parámetros iniciales. En el cuadro 1 se muestran dichos parámetros.

Número de hormigas	Constante de feromona	Constante de Evaporación	Constante de Ponderación	Número de intentos	Número de Iteraciones
$m$	$Q$	$\rho$	$\alpha$	$z$	$I$

Cuadro 1. Parámetros de CH.

**Paso B:** Generar  $m$  soluciones al azar, es decir, cada hormiga realiza un recorrido aleatorio. Para ello se utiliza el procedimiento del cuadro 2.

1. Hacer  $k = 0$  e inicializar el conjunto de elementos no asignados  $S$ .
2. Se abre la estación  $k = k + 1$ . Hacer  $st_k = 0$ .
3. Si  $|S| > 0$  se selecciona al azar un elemento  $e$  a partir del conjunto de los elementos no considerados y no asignados. En caso contrario, ir al paso 9.
4. Si  $st_k + t_e \leq tc_{max}$  ir al paso 5. Si no, marcar el elemento  $e$  como ya considerado e ir al paso 3.
5. Identificar todos los elementos inmediatos anteriores que deben asignarse antes o en la misma estación que el elemento  $e$  y formar el conjunto  $E$ .
6. Verificar si todo elemento del conjunto  $E$  ya fue asignado en la estación  $k$  o en alguna estación  $j$  anterior donde  $j \leq k$ . Si así es, ir al paso 7. En caso contrario, marcar el elemento  $e$  como ya considerado e ir al paso 3.
7. Verificar si el elemento  $e$  pertenece a un subconjunto compatible con el subconjunto ya asignados en la estación  $k$ . Si así es, ir al paso 8. En caso contrario, marcar el elemento  $e$  como ya considerado e ir al paso 3.
8. Asignar el elemento  $e$  a la estación  $k$  y hacer  $st_k = st_k + t_e$ . Continuar en el paso 3.
9. Si no se han asignado todos los  $n$  elementos, cerrar la estación y continuar en el paso 2. En caso contrario, terminar el procedimiento.

Cuadro 2. Procedimiento para generar una solución al azar.

Al terminar los  $m$  recorridos al azar, se registra el máximo número de estaciones ( $w$ ) utilizado en las soluciones encontradas.

**Paso C:** Inicializar la rastreabilidad asociada al  $i$ -ésimo elemento en la  $j$ -ésima estación para  $\forall i$  y  $\forall j$  como se indica en la ecuación 1.

$$\tau'_{i,j} = Q \quad (1)$$

**Paso D:** Inicializar la atractividad asociada al  $i$ -ésimo elemento en la  $j$ -ésima estación para  $\forall i$  y  $\forall j$ . Para ello se considera que un elemento cuyo tiempo ( $t_e$ ) es más pequeño, es más atractivo y viceversa. También, si un elemento  $e$  tiene menor número de elementos previos que deben asignarse antes o en la misma estación de  $e$  ( $e_p$ ), es más atractivo y viceversa. Entonces, la atractividad está dada por la ecuación 2.

$$\eta_{i,j} = t_e + 1/e_p \quad (2)$$

**Paso E:** Actualizar el nivel de feromona asociada al  $i$ -ésimo elemento en la  $j$ -ésima estación para  $\forall i$  y  $\forall j$ . Para ello, se cuenta el número de hormigas ( $r$ ) que asignaron el mismo elemento en la misma estación. Se utiliza  $Q$  en cada caso, como se indica en la ecuación 3.

$$Q'_{i,j} = rQ \quad (3)$$

**Paso F:** Actualizar la rastreabilidad de acuerdo a la ecuación 4.

$$\tau_{i,j} = \rho\tau'_{i,j} + (1 - \rho)Q'_{i,j} \quad (4)$$

**Paso G:** Calcular la probabilidad para cada  $j$ -ésimo elemento en la  $i$ -ésima estación para  $\forall i$  y  $\forall j$ , como se indica en la ecuación 5.

$$p_{i,j} = \frac{\alpha\tau_{i,j} + (1-\alpha)\eta_{i,j}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^w \alpha\tau_{i,j} + (1-\alpha)\eta_{i,j}} \quad (5)$$

**Paso H:** Realizar los recorridos de las  $m$  hormigas. Para ello, cada hormiga genera una solución siguiendo el procedimiento del cuadro 3.

1. Hacer  $k = 1$  y  $r = 0$ .
2. Inicializar el conjunto de elementos no asignados  $S$ . Se etiquetan los elementos de este conjunto como no considerados. Hacer  $st_k = 0$ .
3. Se selecciona un elemento  $e$  a partir del conjunto  $S$ , utilizando el método de la ruleta (ver cuadro 4).
4. Si  $st_k + t_e \leq tc_{max}$  ir al paso 5. Si no, marcar el elemento  $e$  como ya considerado e ir al paso 9.
5. Identificar todos los elementos inmediatos anteriores que deben asignarse antes o en la misma estación  $k$  y formar el conjunto  $E$ .
6. Verificar si todo elemento del conjunto  $E$  ya fue asignado en la estación  $k$  o en alguna estación  $j$  anterior donde  $j \leq k$ . Si así es, ir al paso 7. En caso contrario, marcar el elemento  $e$  como ya considerado e ir al paso 9.
7. Verificar si el subconjunto del elemento  $e$  es igual al subconjunto ya asignado en la estación  $k$ . Si así es, ir al paso 8. En caso contrario, marcar el elemento  $e$  como ya considerado e ir al paso 9.
8. Asignar el elemento  $e$  a la estación  $k$  y hacer  $st_k = st_k + t_e$ . Continuar en el paso 3.
9. Si todos los elementos ya fueron considerados ir al paso 10. En caso contrario, ir al paso 3.
10. Si  $k + 1 \leq w$ , hacer  $k = k + 1$  e ir al paso 2. En caso contrario, ir al paso 11.
11. Si aún quedan elementos sin asignar y  $r + 1 = m$ , hacer  $k = 1$ ,  $r = 1$  e ir al paso 2. En caso contrario, ir al paso 12.
12. Si aún quedan elementos sin asignar, continuar con el procedimiento del cuadro 5. En caso contrario, termina el recorrido.

Cuadro 3. Procedimiento para el recorrido de una hormiga.

1. Obtener la suma ( $P$ ) solo de las probabilidades de la estación  $i$  para toda  $j$ , como se indica en la ecuación 6.

$$P = \sum p_{i,j} \tag{6}$$

donde  $i$  es la estación y  $j = 1,2,3, \dots n$  elementos

2. Calcular la probabilidad relativa ( $f_i$ ) de cada  $p_i$ , haciendo hincapié en que cada  $p_i$  corresponde a un elemento  $e_i$ . Es decir,  $p_1$  corresponde al elemento 1 y así, sucesivamente. Para ello, se utiliza la ecuación 7.

$$f_i = \frac{p_i}{P} \tag{7}$$

3. Acumular las probabilidades relativas ( $f_i$ ) obteniendo los intervalos abiertos para cada elemento  $e_i$  como se muestra en la tabla 1.

$e_1$	$e_2$	...	$e_n$
$F_1 = f_1$	$F_2 = F_1 + f_2$	...	$F_n = F_{n-1} + f_n$
$(0 - F_1)$	$(F_1 - F_2)$	...	$(F_{n-1} - F_n)$

Tabla 1. Intervalos para  $e_i$

En tabla 1, en el renglón 3 la notación se refiere a intervalos (no a una diferencia).

4. Se genera un número uniforme aleatorio continuo  $r_i$ , como se muestra en la ecuación 8.

$$r_i \sim U(0,1) \tag{8}$$

5. Se identifica el intervalo  $j$  que contiene a  $r_i$  y se selecciona el elemento  $e_j$  terminando así, la selección con el método de la ruleta.

Cuadro 4. Procedimiento del método de la ruleta para seleccionar un elemento.

1. Hacer  $u = 1$  y  $k = 0$ .
2. Inicializar el conjunto de elementos no asignados  $S$ . Se etiquetan los elementos de este conjunto como no considerados.
3. Si  $k + 1 \leq w$  hacer  $k = k + 1$  y obtener  $st_k = \sum_{i=1}^u t_i$  para todos los  $e_i$  que están ya asignados en la estación  $k$  e ir al paso 4. En caso contrario, ir al paso 11.
4. Si  $|S| > 0$  se selecciona al azar un elemento  $e$  a partir del conjunto  $S$  e ir al paso 5. En caso contrario, ir al paso 2.
5. Si  $st_k + t_e \leq tc_{max}$  ir al paso 6. En caso contrario, ir al paso 2.
6. Identificar todos los elementos inmediatos anteriores que deben asignarse antes o en la misma estación que el elemento  $e$  y formar el conjunto  $E$ .
7. Verificar si todo elemento del conjunto  $E$  ya fue asignado en la estación  $k$  o en alguna estación  $j$  anterior donde  $j \leq k$ . Si así es, ir al paso 8. En caso contrario, marcar el elemento  $e$  como ya considerado e ir al paso 4.
8. Verificar si el subconjunto del elemento  $e$  es igual al subconjunto ya asignado en la estación  $k$ . Si así es, ir al paso 10. En caso contrario, marcar el elemento  $e$  como ya considerado e ir al paso 4.
10. Asignar el elemento  $e$  a la estación  $k$ , y hacer  $st_k = st_k + t_e$ . Continuar en el paso 4.
11. Hacer  $u = u + 1$ . Si  $u \leq z$ , hacer  $k = 0$  e ir al paso 2, en caso contrario, terminar el procedimiento.

Cuadro 5. Procedimiento para asignar elementos al azar.

En el procedimiento del cuadro 3, se intenta dos veces asignar todos los elementos, ya que no siempre es posible lograrlo. Si aún después de ello, no se han asignado todos los elementos, se asignan al azar, como se

indica en el cuadro 5. En estos procedimientos, todo elemento del conjunto  $S$  ya asignado no es considerado. Cada vez que se forma este conjunto  $S$  se vuelven a etiquetar como no considerados.

**Paso I.** Registrar la mejor solución de los  $m$  recorridos (o soluciones), actualizar  $w$  (máximo número de estaciones utilizado en los recorridos) y continuar con la siguiente iteración en el paso **E**. Si ya se completaron las iteraciones, termina la corrida.

### Resultados y Análisis

Para efectos de esta investigación, es suficiente la información que se muestra en los cuadros 6 al 10 en cuanto a los elementos de trabajo.

1	2	3	4	5	6
Ele- mento	Nodos i j		Tiempo (segundos)	Descrip- ción	Subconjunto permitido
1	1	10	2.567	A	1
2	10	20	3.640	B	1
3	20	30	2.063	C	1
4	30	40	18.209	D	1
5	40	50	3.899	E	1
6	50	60	0.922	F	1
7	60	90	5.144	I	1
8	90	100	0.922	J	1
9	100	110	21.024	K	1
10	110	120	13.565	L	1
11	120	130	11.077	M	2
12	130	140	2.884	N	2
13	140	150	0.382	O	2
14	150	160	8.878	P	2
15	160	170	8.892	Q	2
16	170	180	0.382	R	2
17	180	190	0.382	S	2
18	190	200	2.884	T	2
19	200	210	0.382	U	2
20	210	220	8.878	V	2
21	220	230	8.892	W	2
22	230	240	0.382	X	2
23	240	250	0.382	Y	2
24	250	260	2.884	Z	2
25	260	270	0.382	AA	2
26	270	280	8.878	AB	2
27	280	290	8.892	AC	2
28	290	300	0.382	AD	2
29	300	2210	6.404	AE	2
30	1	530	4.046	BA	3
31	530	540	4.342	BB	3
32	540	550	3.712	BC	3
33	550	560	0.979	BD	3
34	560	570	2.837	BE	3
35	570	580	2.671	BF	3
36	580	590	5.542	BG	3
37	590	2060	1.955	BH	3
38	1	610	4.414	BI	3
39	610	620	1.994	BJ	3
40	620	630	7.787	BK	3
41	630	640	4.367	BL	3
42	640	650	6.8	BM	3
43	650	660	8.446	BN	3
44	660	670	4.936	BO	3
45	670	680	3.845	BP	4
46	680	690	3.845	BQ	4
47	690	700	7.085	BR	4
48	700	710	4.428	BS	4
49	710	720	3.845	BT	4

Cuadro 6. Datos de la línea de ensamble

1	2	3	4	5	6
Ele- mento	Nodos i j		Tiempo (segundos)	Descrip- ción	Subconjunto permitido
50	720	730	14.058	BU	4
51	730	740	6.17	BV	4
52	740	750	5.738	BW	4
53	750	760	7.826	BX	4
54	760	770	2.254	BY	4
55	770	780	3.845	BZ	4
56	780	790	5.072	CA	4
57	790	800	2.254	CB	4
58	800	2020	6.714	CC	4
59	1	820	3.845	CD	5
60	820	830	3.845	CE	5
61	830	840	6.005	CF	5
62	840	850	11.534	CG	5
63	850	860	0.382	CH	5
64	860	870	3.845	CI	5
65	870	880	0.382	CJ	5
66	880	890	26.521	CK	5
67	890	900	7.777	CL	5
68	900	910	5.728	CM	5
69	910	920	4.777	CN	5
70	920	930	3.514	CO	5
71	930	940	6.682	CP	5
72	940	950	14.058	CQ	5
73	950	960	9.472	CR	5
74	960	970	8.053	CS	5
75	970	980	3.845	CT	5
76	980	990	26.521	CU	5
77	990	1000	15.581	CV	5
78	1000	2090	4.86	CW	5
79	1	1020	2.516	CX	6
80	1020	1030	8.676	CY	6
81	1030	1040	6.088	CZ	6
82	1040	1050	1.462	DA	6
83	1050	1060	4.068	DB	6
84	1060	1070	5.296	DC	6
85	1070	1080	2.837	DD	6
86	1080	1090	0.814	DE	6
87	1090	1100	4.95	DF	6
88	1100	1110	4.95	DG	6
89	1110	3050	2.491	DH	6
90	1	1130	2.286	DI	7
91	1130	1140	10.652	DJ	7
92	1140	1150	2.286	DK	7
93	1150	1160	3.892	DL	7
94	1160	1170	11.988	DM	7
95	1170	1180	51.145	DN	7
96	1180	1190	5.76	DO	7
97	1190	1410	1.634	DP	7
98	1	1210	3.845	DQ	8

Cuadro 7. Datos de la línea de ensamble (continúa)

1	2	3	4	5	6
Ele- mento	Nodos		Tiempo (segundos)	Descrip- ción	Subconjunto permitido
	i	j			
99	1210	1220	3.982	DR	8
100	1220	1230	5.515	DS	8
101	1230	1240	1.321	DT	8
102	1240	1250	3.845	DU	8
103	1250	1260	19.696	DV	8
104	1260	1270	5.515	DW	8
105	1270	1440	3.845	DX	8
106	1	1290	4.108	DY	8
107	1290	1300	2.304	DZ	8
108	1300	1310	13.662	EA	8
109	1310	1320	3.517	EB	8
110	1320	1330	7.466	EC	8
111	1330	1340	7.466	ED	8
112	1340	1350	2.282	EE	8
113	1350	1360	5.058	EF	9
114	1360	1370	4.446	EG	9
115	1370	1380	4.446	EH	9
116	1380	1390	10.314	EI	9
117	1390	1400	4.856	EJ	9
118	1400	1410	4.608	EK	9
119	1410	1420	3.355	EL	9
120	1420	1430	15.52	EO	9
121	1430	1440	4.32	EP	9
122	1440	1450	4.856	EQ	9
123	1450	1460	3.845	ER	9
124	1460	1470	5.436	ES	9
125	1470	1480	4.856	ET	9
126	1480	1490	4.072	EU	9
127	1490	1500	8.557	EV	9
128	1500	1510	2.765	EW	9
129	1510	1520	4.32	EX	9
130	1520	1530	15.52	EY	9
131	1530	3020	2.282	EZ	9
132	1	1550	8.51	FA	10
133	1550	1560	3.064	FB	10
134	1560	1570	5.166	FC	10
135	1570	1580	1.282	FD	10
136	1580	1590	5.058	FE	10
137	1590	1640	4.55	FF	10
138	1	1610	7.06	FG	11
139	1610	1620	3.92	FH	11
140	1620	1630	1.49	FI	11
141	1630	1640	4.9	FJ	11
142	1640	1650	3.539	FK	11
143	1650	1660	29.444	FL	11
144	1660	1670	3.996	FM	11
145	1670	1680	29.444	FN	11
146	1680	3080	6.466	FO	11
147	1	1700	2.502	FP	12
148	1700	1710	2.502	FQ	12
149	1710	1720	43.369	FR	12
150	1720	1730	9.418	FS	12
151	1730	1760	3.337	FV	12
152	1760	1770	8.183	FW	12
153	1770	1810	4.684	FX	13
154	1810	2130	45.216	FY	13
155	2030	2040	17.773	FZ	13
156	1810	1820	2.376	GA	13
157	1820	2190	7.826	GB	13
158	2020	2030	3.337	GC	13
159	2030	2050	3.665	GD	13

Cuadro 8. Datos de la línea de ensamble (continúa)

1	2	3	4	5	6
Ele- Mento	Nodos		Tiempo (segundos)	Descrip- ción	Subconjunto Permitido
	i	j			
160	2050	2060	13.662	GE	13
161	2060	2070	3.481	GF	13
162	2090	2100	2.866	GI	13
163	2100	2110	7.628	GJ	13
164	2070	2190	3.852	GM	13
165	2090	2094	13.662	GQ	13
166	2090	2185	3.344	GU	13
167	1750	1870	5.011	HF	14
168	1870	1880	7.628	HG	14
169	1880	2190	3.852	HH	14
170	1750	2090	7.754	HI	14
171	2090	2130	30.373	HJ	14
172	2130	2170	4.81	HK	14
173	2170	2190	13.662	HL	14
174	2130	2135	4.082	HM	14
175	2130	2190	3.47	HQ	14
176	2190	2193	2.693	HW	13
177	2193	2196	4.212	HX	13
178	2196	2230	7.628	HY	13
179	2230	2235	3.136	HZ	13
180	2235	2240	31.763	IB	13
181	2190	2200	2.502	IC	14
182	2200	2210	4.039	ID	14
183	2210	2220	6.008	IE	14
184	2220	2230	1.919	IF	14
185	2230	2260	1.595	IG	14
186	2260	2270	13.662	IH	14
187	2270	2280	2.376	II	14
188	2280	2290	7.826	IJ	14
189	2290	3010	13.662	IK	14
190	2240	2245	2.693	IL	13
191	2245	2250	4.212	IM	13
192	2250	2255	7.628	IN	13
193	2255	2290	3.136	IO	13
194	2290	3000	37.796	IQ	13
195	3010	3020	3.064	IR	14
196	3020	3030	7.027	IS	14
197	3030	3040	3.557	IT	14
198	3040	3050	3.269	IU	14
199	3050	3060	5.011	IV	14
200	3060	3070	43.009	IX	14
201	3070	3080	5.011	IY	14
202	3030	3035	6.678	IZ	14
203	3080	3090	9.965	JA	14
204	3090	4000	27.457	JB	14
205	4000	4010	3.136	JC	14
206	4010	4020	5.011	JD	14
207	4020	4030	5.011	JE	14
208	4030	4040	5.011	JF	14
209	4040	4050	29.228	JG	14
210	4050	4060	5.011	JH	14
211	4060	4070	83.19	JI	14
212	2040	2050	0	Ficticia	
213	2135	2190	0	Ficticia	
214	3000	3020	0	Ficticia	
215	3035	3040	0	Ficticia	
216	2185	2190	0	Ficticia	
217	2260	2280	0	Ficticia	
218	2110	2130	0	Ficticia	
219	1	1750	0	Ficticia	
220	1	2185	0	Ficticia	

Cuadro 9. Datos de la línea de ensamble (continúa)

1	2	3	4	5	6
Ele- mento	Nodos i J		Tiempo (segundos)	Descrip- ción	Subconjunto Permitido
221	2094	2190	0	Ficticia	

Cuadro 10. Datos de la línea de ensamble (terminan)

En los mencionados cuadros, la columna 1 es solo un número consecutivo para referirse al elemento de trabajo. Las columnas 2 y 3 son otra forma de referirse a cada elemento de trabajo. Con esta notación, puede formarse la red de secuencias (donde cada nodo *i* es un elemento de trabajo unido a otro u otros elementos por medio de ramas o arcos). En la figura 1 se explica esta representación. Retomando los cuadros 6 al 10, la columna 4 indica el tiempo de procesamiento (*t<sub>e</sub>*) en segundos de cada elemento. La columna 5 es una descripción simplificada del elemento y la columna 6 indica el número de subconjunto permitido para el elemento de trabajo en cuestión. En el cuadro 6, se muestran, de manera separada, los números de subconjuntos que se formaron debido a que los elementos están asignados en diferentes áreas operativas o procesos (es la misma información de la columna 6 de los cuadros 6 al 10).

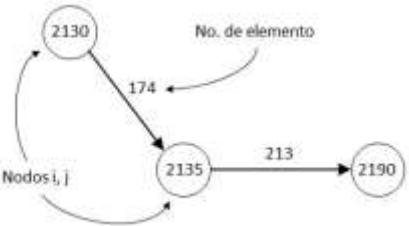


Fig. 1 Representación parcial de la red de dos elementos de trabajo.

En el cuadro 11, el subconjunto 1 contiene 10 elementos de trabajo (que en este caso son los números del 1 al 10 y que se incluyen en la columna 1 del cuadro 6). De la misma manera, los demás subconjuntos contienen números de elementos de trabajo que corresponden a las columnas 1 de los cuadros 6 a al 10.

Subcon- Junto	Elementos de trabajo																			
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10										
2	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	
3	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44					
4	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58						
5	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78
6	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89									
7	90	91	92	93	94	95	96	97												
8	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112					
9	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	
10	132	133	134	135	136	137														
11	138	139	140	141	142	143	144	145	146											
12	147	148	149	150	151	152														
13	159	160	161	162	163	164	165	166	176	177	178	179	180	190	191	192	193	194		
14	153	154	155	156	157	158	167	168	169	170	171	172	173	174	175	181	182	183	184	185
	186	187	188	189	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210
	211																			

Cuadro 11. Subconjuntos.

Después de algunas pruebas preliminares, se escogieron los parámetros mostrados en cuadro 12.

$m = 4$	$Q = 5$	$\rho = 0.5$	$\alpha = 0.5$	$z = 20$	$I = 15$
---------	---------	--------------	----------------	----------	----------

Cuadro 12. Parámetros para las corridas.



Se desarrolló la programación en Microsoft Office LTSC Standard 2021 Visual Basic para aplicaciones Excel, y las corridas se realizaron en un procesador Intel Core i3 CPU7-4790 M 350 64 bits, 2.27 Ghz y 8 GB en RAM. El tiempo promedio por corrida fue de 11.33 minutos. Se llevaron a cabo 30 corridas y los resultados promedio se muestran en las figuras 2 y 3.



Figura 2. Resultados promedio

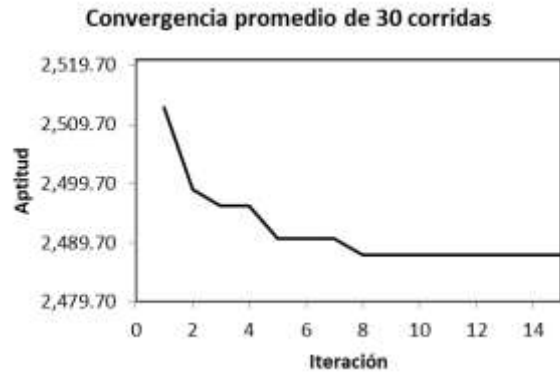


Figura 3. Resultados promedio sin incluir soluciones aleatorias.

En la figura 2 se incluye el promedio de las soluciones al azar en la iteración 0. En la figura 3 no se incluye tal promedio, para permitir observar la convergencia con una escala vertical apropiada.

La mejor solución se muestra en los cuadros 13 al 18.

$E_j$	$e_j$	$t_e$	S	$C_E$	$T_{oc}$	$E_E$
1	132	8.51	10	8.510		
1	220	0.00	0	8.510		
1	219	0.00	0	8.510		
1	133	3.06	10	11.574		
1	134	5.17	10	16.740		
1	135	1.28	10	18.022		
1	136	5.06	10	23.080		
1	137	4.55	10	27.630	55.59	33.20
2	30	4.05	3	4.046		
2	38	4.41	3	8.460		
2	31	4.34	3	12.802		
2	39	1.99	3	14.796		
2	40	7.79	3	22.583		
2	32	3.71	3	26.295		
2	33	0.98	3	27.274		
2	34	2.84	3	30.111		
2	41	4.37	3	34.478		
2	35	2.67	3	37.149		
2	42	6.80	3	43.949		
2	43	8.45	3	52.395		
2	44	4.94	3	57.331		
2	36	5.54	3	62.873		
2	37	1.96	3	64.828	18.39	77.90
3	59	3.85	5	3.845		

Cuadro 13. Mejor solución.

$E_j$	$e_j$	$t_e$	S	$C_E$	$T_{oc}$	$E_E$
3	60	3.85	5	7.690		
3	61	6.01	5	13.695		
3	62	11.53	5	25.229		
3	63	0.38	5	25.611		
3	64	3.85	5	29.456		
3	65	0.38	5	29.838		
3	66	26.52	5	56.359		
3	67	7.78	5	64.136		
3	68	5.73	5	69.864		
3	69	4.78	5	74.641		
3	70	3.51	5	78.155	5.07	93.91
4	147	2.50	12	2.502		
4	148	2.50	12	5.004		
4	149	43.37	12	48.373		
4	150	9.42	12	57.791		
4	151	3.34	12	61.128		
4	152	8.18	12	69.311	13.91	83.29
5	138	7.06	11	7.060		
5	139	3.92	11	10.980		
5	140	1.49	11	12.470		
5	141	4.90	11	17.370		
5	142	3.54	11	20.909		
5	143	29.44	11	50.353		
5	144	4.00	11	54.349	28.87	65.31

Cuadro 14. Mejor solución (continúa).



E <sub>j</sub>	e <sub>j</sub>	t <sub>e</sub>	S	C <sub>E</sub>	T <sub>oc</sub>	E <sub>F</sub>
6	153	4.68	13	4.684		
6	154	45.22	13	49.900		
6	156	2.38	13	52.276		
6	157	7.83	13	60.102	23.12	72.22
7	170	7.75	14	7.754		
7	167	5.01	14	12.765		
7	168	7.63	14	20.393		
7	169	3.85	14	24.245	58.98	29.13
8	79	2.52	6	2.516		
8	80	8.68	6	11.192		
8	81	6.09	6	17.280		
8	82	1.46	6	18.742		
8	83	4.07	6	22.810		
8	84	5.30	6	28.106		
8	85	2.84	6	30.943		
8	86	0.81	6	31.757		
8	87	4.95	6	36.707		
8	88	4.95	6	41.657		
8	89	2.49	6	44.148	39.07	53.05
9	45	3.85	4	3.845		
9	46	3.85	4	7.690		
9	47	7.09	4	14.775		
9	48	4.43	4	19.203		
9	49	3.85	4	23.048		
9	50	14.06	4	37.106		
9	51	6.17	4	43.276		
9	52	5.74	4	49.014		
9	53	7.83	4	56.840		
9	54	2.25	4	59.094		
9	55	3.85	4	62.939		
9	56	5.07	4	68.011		
9	57	2.25	4	70.265		
9	58	6.71	4	76.979	6.24	92.50
10	71	6.68	5	6.682		
10	72	14.06	5	20.740		
10	73	9.47	5	30.212		
10	74	8.05	5	38.265		
10	75	3.85	5	42.110		
10	76	26.52	5	68.631	14.59	82.47
11	106	4.11	8	4.108		
11	98	3.85	8	7.953		
11	99	3.98	8	11.935		
11	100	5.51	8	17.450		
11	107	2.30	8	19.754		

Cuadro 15. Mejor solución (continúa).

E <sub>j</sub>	e <sub>j</sub>	t <sub>e</sub>	S	C <sub>E</sub>	T <sub>oc</sub>	E <sub>F</sub>
11	108	13.66	8	33.416		
11	109	3.52	8	36.933		
11	101	1.32	8	38.254		
11	102	3.85	8	42.099		
11	103	19.70	8	61.795		
11	110	7.47	8	69.261		
11	111	7.47	8	76.727		
11	104	5.51	8	82.242	0.98	98.82
12	1	2.57	1	2.567		
12	2	3.64	1	6.207		
12	3	2.06	1	8.270		
12	4	18.21	1	26.479		
12	5	3.90	1	30.378		
12	6	0.92	1	31.300		
12	7	5.14	1	36.444		
12	8	0.92	1	37.366		
12	9	21.02	1	58.390		
12	10	13.56	1	71.955	11.26	86.46
13	90	2.29	7	2.286		
13	91	10.65	7	12.938		
13	92	2.29	7	15.224		
13	93	3.89	7	19.116		
13	94	11.99	7	31.104		
13	95	51.15	7	82.249	0.97	98.83
14	105	3.85	8	3.845		
14	112	2.28	8	6.127	77.09	7.36
15	113	5.06	9	5.058		
15	114	4.45	9	9.504		
15	115	4.45	9	13.950		
15	116	10.31	9	24.264		
15	117	4.86	9	29.120		
15	118	4.61	9	33.728	49.49	40.53
16	145	29.44	11	29.444		
16	146	6.47	11	35.910	47.31	43.15
17	11	11.08	2	11.077		
17	12	2.88	2	13.961		
17	13	0.38	2	14.343		
17	14	8.88	2	23.221		
17	15	8.89	2	32.113		
17	16	0.38	2	32.495		
17	17	0.38	2	32.877		
17	18	2.88	2	35.761		
17	19	0.38	2	36.143		
17	20	8.88	2	45.021		

Cuadro 16. Mejor solución (continúa).

E <sub>j</sub>	e <sub>j</sub>	t <sub>e</sub>	S	C <sub>E</sub>	T <sub>oc</sub>	E <sub>E</sub>
17	21	8.89	2	53.913		
17	22	0.38	2	54.295		
17	23	0.38	2	54.677		
17	24	2.88	2	57.561		
17	25	0.38	2	57.943		
17	26	8.88	2	66.821		
17	27	8.89	2	75.713		
17	28	0.38	2	76.095		
17	29	6.40	2	82.499	0.72	99.13
18	77	15.58	5	15.581		
18	78	4.86	5	20.441	62.78	24.56
19	162	2.87	13	2.866		
19	158	3.34	13	6.203		
19	155	17.77	13	23.976		
19	159	3.66	13	27.641		
19	166	3.34	13	30.985		
19	212	0.00	0	30.985		
19	163	7.63	13	38.613		
19	165	13.66	13	52.275		
19	221	0.00	0	52.275		
19	216	0.00	0	52.275		
19	218	0.00	0	52.275		
19	160	13.66	13	65.937		
19	161	3.48	13	69.418		
19	164	3.85	13	73.270	9.95	88.04
20	171	30.37	14	30.373		
20	175	3.47	14	33.843		
20	172	4.81	14	38.653		
20	173	13.66	14	52.315		
20	174	4.08	14	56.397		
20	213	0.00	0	56.397		
20	181	2.50	14	58.899		
20	182	4.04	14	62.938		
20	183	6.01	14	68.946		
20	184	1.92	14	70.865		
20	185	1.60	14	72.460		
20	217	0.00	0	72.460	10.76	87.07
21	176	2.69	13	2.693		
21	177	4.21	13	6.905		
21	178	7.63	13	14.533		
21	179	3.14	13	17.669		
21	180	31.76	13	49.432		
21	190	2.69	13	52.125		

Cuadro 17. Mejor solución (continúa).

E <sub>j</sub>	e <sub>j</sub>	t <sub>e</sub>	S	C <sub>E</sub>	T <sub>oc</sub>	E <sub>E</sub>
21	191	4.21	13	56.337		
21	192	7.63	13	63.965		
21	193	3.14	13	67.101	16.12	80.63
22	186	13.66	14	13.662		
22	187	2.38	14	16.038		
22	188	7.83	14	23.864		
22	189	13.66	14	37.526		
22	195	3.06	14	40.590	42.63	48.77
23	96	5.76	7	5.760		
23	97	1.63	7	7.394	75.83	8.88
24	119	3.36	9	3.355		
24	120	15.52	9	18.875		
24	121	4.32	9	23.195		
24	122	4.86	9	28.051		
24	123	3.85	9	31.896		
24	124	5.44	9	37.332		
24	125	4.86	9	42.188		
24	126	4.07	9	46.260		
24	127	8.56	9	54.817		
24	128	2.77	9	57.582		
24	129	4.32	9	61.902		
24	130	15.52	9	77.422		
24	131	2.28	9	79.704	3.52	95.78
25	194	37.80	13	37.796		
25	214	0.00	0	37.796	45.42	45.42
26	196	7.03	14	7.027		
26	197	3.56	14	10.584		
26	202	6.68	14	17.262		
26	215	0.00	0	17.262		
26	198	3.27	14	20.531		
26	199	5.01	14	25.542		
26	200	43.01	14	68.551		
26	201	5.01	14	73.562	9.66	88.39
27	203	9.97	14	9.965		
27	204	27.46	14	37.422		
27	205	3.14	14	40.558		
27	206	5.01	14	45.569		
27	207	5.01	14	50.580		
27	208	5.01	14	55.591	27.63	66.80
28	209	29.23	14	29.228		
28	210	5.01	14	34.239	48.98	41.14
29	211	83.19	14	83.190	0.03	99.96

Cuadro 18. Mejor solución (termina).

Los encabezados de los cuadros 13 al 18, se explican enseguida. La columna 1 muestra la k-ésima estación. La columna 2 es un número consecutivo para referirse al número de elemento de trabajo asignado en la estación en turno.

La columna 3 incluye el tiempo de dicho elemento. La columna 4, el número de subconjunto a que pertenece dicho elemento, a menos que sea un elemento ficticio, en cuyo caso sería cero. La columna 5 es el tiempo acumulado de la estación en turno (carga de la estación). La columna 6 es el tiempo ocioso de la estación en turno y se calcula de acuerdo a la ecuación 9.

$$t_{oc} = tc_{max} - C_E \tag{9}$$

La columna 7 es la eficiencia de la estación y se calcula como se indica en la ecuación 10.

$$E_E = \left( \frac{C_E}{tc_{max}} \right) 100 \tag{10}$$

La eficiencia promedio de la solución está dada por la ecuación 11.

$$\bar{E} = \frac{100}{T_E} \sum_{i=1}^{T_E} E_{E_i} \tag{11}$$

donde  $T_E$  es el total de estaciones utilizadas en la solución.

En la mejor solución, ya mostrada,  $T_E = 29$  y  $\bar{E} = 66.65\%$ .

Para facilitar las comprobaciones que se deseen, en los cuadros 19a a 19h se muestran los datos de los cuadros 6 al 10, en otro formato.

$e_i$	$t_e$	S	$e_{ant}$
1	2.567	1	0
2	3.640	1	1
3	2.063	1	2
4	18.209	1	3
5	3.899	1	4
6	0.922	1	5
7	5.144	1	6
8	0.922	1	7
9	21.024	1	8
10	13.565	1	9
11	11.077	2	10
12	2.884	2	11
13	0.382	2	12
14	8.878	2	13
15	8.892	2	14
16	0.382	2	15
17	0.382	2	16
18	2.884	2	17
19	0.382	2	18
20	8.878	2	19
21	8.892	2	20
22	0.382	2	21
23	0.382	2	22

Cuadro 19a.

$e_i$	$t_e$	S	$e_{ant}$
24	2.884	2	23
25	0.382	2	24
26	8.878	2	25
27	8.892	2	26
28	0.382	2	27
29	6.404	2	28
30	4.046	3	0
31	4.342	3	30
32	3.712	3	31
33	0.979	3	32
34	2.837	3	33
35	2.671	3	34
36	5.542	3	35
37	1.955	3	36
38	4.414	3	0
39	1.994	3	38
40	7.787	3	39
41	4.367	3	40
42	6.800	3	41
43	8.446	3	42
44	4.936	3	43
45	3.845	4	44
46	3.845	4	45

Cuadro 19b.

$e_i$	$t_e$	S	$e_{ant}$
47	7.085	4	46
48	4.428	4	47
49	3.845	4	48
50	14.058	4	49
51	6.170	4	50
52	5.738	4	51
53	7.826	4	52
54	2.254	4	53
55	3.845	4	54
56	5.072	4	55
57	2.254	4	56
58	6.714	4	57
59	3.845	5	0
60	3.845	5	59
61	6.005	5	60
62	11.534	5	61
63	0.382	5	62
64	3.845	5	63
65	0.382	5	64
66	26.521	5	65
67	7.777	5	66
68	5.728	5	67
69	4.777	5	68

Cuadro 19c.

$e_i$	$t_e$	S	$e_{ant}$
70	3.514	5	69
71	6.682	5	70
72	14.058	5	71
73	9.472	5	72
74	8.053	5	73
75	3.845	5	74
76	26.521	5	75
77	15.581	5	76
78	4.860	5	77
79	2.516	6	0
80	8.676	6	79
81	6.088	6	80
82	1.462	6	81
83	4.068	6	82
84	5.296	6	83
85	2.837	6	84
86	0.814	6	85
87	4.950	6	86
88	4.950	6	87
89	2.491	6	88
90	2.286	7	0
91	10.652	7	90
92	2.286	7	91

Cuadro 19d.

e <sub>i</sub>	t <sub>e</sub>	S	e <sub>ant</sub>	
93	3.892	7	92	
94	11.988	7	93	
95	51.145	7	94	
96	5.760	7	95	
97	1.634	7	96	
98	3.845	8	0	
99	3.982	8	98	
100	5.515	8	99	
101	1.321	8	100	
102	3.845	8	101	
103	19.696	8	102	
104	5.515	8	103	
105	3.845	8	104	
106	4.108	8	0	
107	2.304	8	106	
108	13.662	8	107	
109	3.517	8	108	
110	7.466	8	109	
111	7.466	8	110	
112	2.282	8	111	
113	5.058	9	112	
114	4.446	9	113	
115	4.446	9	114	
116	10.314	9	115	
117	4.856	9	116	
118	4.608	9	117	
119	3.355	9	118	97
120	15.520	9	119	
121	4.320	9	120	
122	4.856	9	121	105
123	3.845	9	122	
124	5.436	9	123	
125	4.856	9	124	
126	4.072	9	125	
127	8.557	9	126	
128	2.765	9	127	
129	4.320	9	128	
130	15.520	9	129	
131	2.282	9	130	
132	8.510	10	0	
133	3.064	10	132	
134	5.166	10	133	
135	1.282	10	134	
136	5.058	10	135	

Cuadro 19e.

e <sub>i</sub>	t <sub>e</sub>	S	e <sub>ant</sub>																	
137	4.550	10	136																	
138	7.060	11	0																	
139	3.920	11	138																	
140	1.490	11	139																	
141	4.900	11	140																	
142	3.539	11	141	137																
143	29.444	11	142																	
144	3.996	11	143																	
145	29.444	11	144																	
146	6.466	11	145																	
147	2.502	12	0																	
148	2.502	12	147																	
149	43.369	12	148																	
150	9.418	12	149																	
151	3.337	12	150																	
152	8.183	12	151																	
153	4.684	13	152																	
154	45.216	13	153																	
155	17.773	13	158																	
156	2.376	13	153																	
157	7.826	13	156																	
158	3.337	13	58																	
159	3.665	13	158																	
160	13.662	13	159	212																
161	3.481	13	160	37																
162	2.866	13	78	170																
163	7.628	13	162																	
164	3.852	13	161																	
165	13.662	13	78	170																
166	3.344	13	78	170																
167	5.011	14	219																	
168	7.628	14	167																	
169	3.852	14	168																	
170	7.754	14	219																	
171	30.373	14	78	170																
172	4.810	14	171	154	218															
173	13.662	14	172																	
174	4.082	14	171	154	218															
175	3.470	14	171	154	218															
176	2.693	13	175	213	164	221	216	173	169	157										
177	4.212	13	176																	
178	7.628	13	177																	
179	3.136	13	178																	
180	31.763	13	179																	

Cuadro 19f.

e <sub>i</sub>	t <sub>e</sub>	S	e <sub>ant</sub>							
181	2.502	14	175	213	164	221	216	173	169	157
182	4.039	14	181							
183	6.008	14	182	29						
184	1.919	14	183							
185	1.595	14	184							
186	13.662	14	185							
187	2.376	14	186							
188	7.826	14	187	217						
189	13.662	14	193	188						
190	2.693	13	180							
191	4.212	13	190							
192	7.628	13	191							
193	3.136	13	192							
194	37.796	13	193	188						
195	3.064	14	189							
196	7.027	14	195	214	131					
197	3.557	14	196							
198	3.269	14	197	215						
199	5.011	14	198	89						
200	43.009	14	199							
201	5.011	14	200							

Cuadro 19g.

e <sub>i</sub>	t <sub>e</sub>	S	e <sub>ant</sub>	
202	6.678	14	196	
203	9.965	14	201	146
204	27.457	14	203	
205	3.136	14	204	
206	5.011	14	205	
207	5.011	14	206	
208	5.011	14	207	
209	29.228	14	208	
210	5.011	14	209	
211	83.190	14	210	
212	0.000	0	155	
213	0.000	0	174	
214	0.000	0	194	
215	0.000	0	202	
216	0.000	0	220	166
217	0.000	0	185	
218	0.000	0	163	
219	0.000	0	0	
220	0.000	0	0	
221	0.000	0	165	

Cuadro 19h.

La columna 1 es el consecutivo de los elementos de trabajo, la columna 2 es el tiempo del elemento, la columna 3 es el subconjunto respectivo y la o las columnas 4 en adelante, corresponden al o los elementos que anteceden al elemento de la columna 1.

Para comprobar que se cumplen las precedencias, los cuadros 20a a 20m permiten la verificación correspondiente.

e <sub>i</sub>	E <sub>k</sub>	e <sub>j</sub>	E <sub>m</sub>
1	12	0	0
2	12	1	12
3	12	2	12
4	12	3	12
5	12	4	12
6	12	5	12
7	12	6	12
8	12	7	12
9	12	8	12
10	12	9	12
11	17	10	12
12	17	11	17
13	17	12	17
14	17	13	17

Cuadro 20a.

e <sub>i</sub>	E <sub>k</sub>	e <sub>j</sub>	E <sub>m</sub>
15	17	14	17
16	17	15	17
17	17	16	17
18	17	17	17
19	17	18	17
20	17	19	17
21	17	20	17
22	17	21	17
23	17	22	17
24	17	23	17
25	17	24	17
26	17	25	17
27	17	26	17
28	17	27	17

Cuadro 20b.

e <sub>i</sub>	E <sub>k</sub>	e <sub>j</sub>	E <sub>m</sub>
29	17	28	17
30	2	0	0
31	2	30	2
32	2	31	2
33	2	32	2
34	2	33	2
35	2	34	2
36	2	35	2
37	2	36	2
38	2	0	0
39	2	38	2
40	2	39	2
41	2	40	2
42	2	41	2

Cuadro 20c.

e <sub>i</sub>	E <sub>k</sub>	e <sub>j</sub>	E <sub>m</sub>
8	2	42	2
44	2	43	2
45	9	44	2
46	9	45	9
47	9	46	9
48	9	47	9
49	9	48	9
50	9	49	9
51	9	50	9
52	9	51	9
53	9	52	9
54	9	53	9
55	9	54	9
56	9	55	9

Cuadro 20d.

$e_i$	$E_k$	$e_j$	$E_m$
57	9	56	9
58	9	57	9
59	3	0	0
60	3	59	3
61	3	60	3
62	3	61	3
63	3	62	3
64	3	63	3
65	3	64	3
66	3	65	3
67	3	66	3
68	3	67	3
69	3	68	3
70	3	69	3
71	10	70	3
72	10	71	10
73	10	72	10
74	10	73	10
75	10	74	10
76	10	75	10
77	18	76	10
78	18	77	18
79	8	0	0
80	8	79	8
81	8	80	8
82	8	81	8
83	8	82	8
84	8	83	8
85	8	84	8
86	8	85	8
87	8	86	8
88	8	87	8
89	8	88	8
90	13	0	0
91	13	90	13
92	13	91	13
93	13	92	13
94	13	93	13
95	13	94	13
96	23	95	13
97	23	96	23
98	11	0	0
99	11	98	11

Cuadro 20e.

$e_i$	$E_k$	$e_j$	$E_m$
100	11	99	11
101	11	100	11
102	11	101	11
103	11	102	11
104	11	103	11
105	14	104	11
106	11	0	0
107	11	106	11
108	11	107	11
109	11	108	11
110	11	109	11
111	11	110	11
112	14	111	11
113	15	112	14
114	15	113	15
115	15	114	15
116	15	115	15
117	15	116	15
118	15	117	15
119	24	118	15
		97	23
120	24	119	24
121	24	120	24
122	24	121	24
		105	14
123	24	122	24
124	24	123	24
125	24	124	24
126	24	125	24
127	24	126	24
128	24	127	24
129	24	128	24
130	24	129	24
131	24	130	24
132	1	0	0
133	1	132	1
134	1	133	1
135	1	134	1
136	1	135	1
137	1	136	1
138	5	0	0
139	5	138	5
140	5	139	5

Cuadro 20f.

$e_i$	$E_k$	$e_j$	$E_m$
141	5	140	5
142	5	141	5
		137	1
143	5	142	5
144	5	143	5
145	16	144	5
146	16	145	16
147	4	0	0
148	4	147	4
149	4	148	4
150	4	149	4
151	4	150	4
152	4	151	4
153	6	152	4
154	6	153	6
155	19	158	19
156	6	153	6
157	6	156	6
158	19	58	9
159	19	158	19
160	19	159	19
		212	19
161	19	160	19
		37	2
162	19	78	18
		170	7
163	19	162	19
164	19	161	19
165	19	78	18
		170	7
166	19	78	18
		170	7
167	7	219	1
168	7	167	7
169	7	168	7
170	7	219	1
171	20	78	18
		170	7
172	20	171	20
		154	6
		218	19
173	20	172	20
174	20	171	20

Cuadro 20g.

$e_i$	$E_k$	$e_j$	$E_m$
		154	6
		218	19
175	20	171	20
		154	6
		218	19
176	21	175	20
		213	20
		164	19
		221	19
		216	19
		173	20
		169	7
		157	6
177	21	176	21
178	21	177	21
179	21	178	21
180	21	179	21
181	20	175	20
		213	20
		164	19
		221	19
		216	19
		173	20
		169	7
		157	6
182	20	181	20
183	20	182	20
		29	17
184	20	183	20
185	20	184	20
186	22	185	20
187	22	186	22
188	22	187	22
		217	20
189	22	193	21
		188	22
190	21	180	21
191	21	190	21
192	21	191	21
193	21	192	21
194	25	193	21
		188	22
195	22	189	22

Cuadro 20h.

$e_i$	$E_k$	$e_j$	$E_m$
196	26	195	22
		214	25
		131	24
197	26	196	26
198	26	197	26
		215	26
199	26	198	26
		89	8

Cuadro 20i.

$e_i$	$E_k$	$e_j$	$E_m$
200	26	199	26
201	26	200	26
202	26	196	26
203	27	201	26
		146	16
204	27	203	27
205	27	204	27
206	27	205	27

Cuadro 20j.

$e_i$	$E_k$	$e_j$	$E_m$
207	27	206	27
208	27	207	27
209	28	208	27
210	28	209	28
211	29	210	28
212	19	155	19
213	20	174	20
214	25	194	25

Cuadro 20k.

$e_i$	$E_k$	$e_j$	$E_m$
215	26	202	26
216	19	220	1
		166	19
217	20	185	20
218	19	163	19
219	1	0	0
220	1	0	0
221	19	165	19

Cuadro 20m.

Estos cuadros tienen los siguientes encabezados. La columna 1 es el número de elemento de trabajo asignado en la estación que se indica a su derecha en la columna 2. La columna 3 es el o los elementos que deben estar asignados en la misma estación en turno o en una anterior por la precedencia. Estos elementos están asignados en la estación o estaciones indicadas a su derecha en la columna 4. Se puede observar en dichos cuadros que, en todos los casos, se cumple con las precedencias. A manera de ejemplo, en el cuadro 20i, el elemento 196 depende de que los elementos 195, 214 y 131 ya se hayan asignado. El elemento 196 está asignado en la estación 26 y los elementos 195, 214 y 131 están asignados en las estaciones 22, 25 y 24, respectivamente. En el cuadro 19g, se puede verificar que el elemento 196 depende de los elementos ya mencionados.

### Conclusiones

En esta investigación, se encontró que el algoritmo CH superó los resultados del AG ya que disminuyó en dos estaciones de trabajo y la eficiencia promedio aumentó de 62.4% a 66.7%. Además, fue más rápido ya que el tiempo promedio de corrida disminuyó de 16.51 a 11.33 minutos.

Una posible dificultad que puede presentarse en una investigación que utiliza esta metodología, es el hecho de si ya existe un cierto número de estaciones de trabajo, la mayor o menor flexibilidad de la organización para adaptarse a otra configuración de la o las líneas involucradas, puede ser una limitante. Otra dificultad se origina cuando existen fallas significativas en cuanto a la calidad de los materiales, retrasos en entregas, calidad de mano de obra o fallas de equipo. En estos casos, es recomendable eliminar o, al menos, reducir tales demoras. Una ventaja de esta metodología está relacionada con la información que se requiere, la cual, generalmente está disponible.

En futuras aplicaciones de la metodología utilizada en esta investigación, cabe mencionar la importancia de definir correctamente la atractividad (ver paso D del método CH), lo cual depende de la naturaleza del problema que se está atendiendo. En otras palabras, debe ser establecido de manera que sea una medida fuertemente relacionada con la conveniencia de decidir el camino a elegir. De otra manera, el algoritmo CH puede no dar los resultados esperados.

### Referencias

- Liang, J.C., Gong, Y.J., Wu, X.K. et al. (2023) *Customized influence maximization in attributed social networks: heuristic and meta-heuristic algorithms*. Complex Intell. Syst. <https://doi.org/10.1007/s40747-023-01220-2>.
- Li S., Luo T., Wang L., Xing L. & Ren T. (2022) *Tourism route optimization based on improved knowledge ant colony algorithm*. Complex & Intelligent Systems (2022) 8:3973–3988. <https://doi.org/10.1007/s40747-021-00635-z>.
- Mehmood, N., Umer, M. & Asgher, U. (2023) *Application of hybrid SFLA-ACO algorithm and CAM software for optimization of drilling tool path problems*. SN Appl. Sci. 5, 61. <https://doi.org/10.1007/s42452-022-05271-x>.
- Nguyen, Tri-Hai & Jung, Jason J. (2023). *ACO-based traffic routing method with automated negotiation for connected vehicles*. Complex & Intelligent Systems 9:625–636. <https://doi.org/10.1007/s40747-022-00833-3>.
- Ramírez S., González G. & Odila M. (2010) *Un caso real de balanceo de líneas de ensamble con restricciones de secuencias de subprocesos resuelto con un modelo genético*. Revista de la Ingeniería Industrial, Vol. 4, No. 1, AcademiaJournals.com. [https://drive.google.com/file/d/1\\_uHLSue-h-y1L7otjU3gs-lnXak-kdZN/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/1_uHLSue-h-y1L7otjU3gs-lnXak-kdZN/view?usp=sharing).