



Un caso real de balanceo de líneas de ensamble con restricciones de secuencias de subprocesos resuelto con un modelo genético

Sergio Manuel Ramírez Campos
sramirez@its.mx

Guillermo González Múzquiz
zincplomo@yahoo.com

Marta Odila González Flores
mar.tota@hotmail.com

Instituto Tecnológico de Saltillo
Blvd. Venustiano Carranza 2400
Departamento de Posgrado de Ingeniería Industrial
Saltillo Coahuila, México

Resumen

El problema de balanceo de líneas de ensamble (ALBP) ha sido estudiado extensamente en la literatura; sin embargo, los métodos tradicionales como Kilbridge and Wester, ponderación de acuerdo a la posición, ramificación y acotamiento, y ordenamiento de acuerdo a la duración de los elementos, entre otros, no contemplan diversas restricciones que surgen en un caso real por lo que el balanceo obtenido no se puede implementar. Así, el algoritmo genético (AG) que se presenta en este artículo, considera el hecho de que en el caso real, el proceso se divide en varios subprocesos, cada uno con varios elementos y donde cada subproceso está relacionado con uno o varios de los otros subprocesos. En otras palabras, existen elementos que pertenecen a un subconjunto J el cual es mutuamente excluyente de los demás subconjuntos. Además, cada subconjunto muestra al menos una precedencia con uno o más subconjuntos. El algoritmo genético diseñado ha permitido obtener soluciones que satisfacen ambos tipos de restricciones: las de precedencia y las de subproceso a la vez que converge hacia un número bajo de estaciones de trabajo sin exceder un tiempo de ciclo dado (tipo I).

Palabras clave: Balanceo de Línea, ALBP, AG, tipo I, caso real

Introducción

El problema de balanceo de líneas de ensamble (*Assembly Line Balancing Problem*: ALBP) esencialmente trata con un conjunto de elementos de trabajo, cada uno con un cierto tiempo de procesamiento y un conjunto de relaciones de precedencia que especifican el orden de ejecución permitido. En una producción masiva, el problema consiste en decidir cómo agrupar los elementos de trabajo asignándolos en estaciones de trabajo de forma que se logre el desempeño deseado en la línea. El balanceo pretende ubicar una cantidad igual de trabajo en cada estación, lo que teóricamente implicaría una pérdida de balanceo de cero. Lo anterior está sujeto a satisfacer las relaciones de precedencia sin exceder un tiempo de ciclo dado (clasificado como tipo I)¹.

El ALBP está considerado como un problema combinatorio NP complejo². Mucho del trabajo en la literatura ha sido orientado al desarrollo de algoritmos heurísticos (por ejemplo,

Hackman y Magazine³, Helgeson y Birnie⁴, Kilbridge y Wester⁵ y Wee y Magazine⁶, entre otros). Además, un buen número de investigadores han llevado a cabo una revisión de la literatura en este campo (por ejemplo, Ghosh y Gagnom⁷, Baybars⁸ y Brian et al.⁹).

El objetivo de este artículo es dar a conocer el algoritmo genético desarrollado para atender el balanceo de un caso real en el cual el proceso consta de varios subprocesos lo cual genera otra clase de restricciones que no han sido atendidas explícitamente. En la siguiente sección se abunda al respecto.

Descripción del proceso

La compañía donde se aplicó el método aquí propuesto operaba una planta de secadoras y cuando este artículo se publicaba estaba diseñando un nuevo proceso para producir un centro de lavado que constaría de una lavadora en la parte inferior y una secadora en la parte superior. Cada centro de lavado sería de dos medidas de ancho y sería de gas o eléctrico. Para efectos de este artículo solo se hará referencia a un solo modelo que por cuestiones de confidencialidad solo se denominará como el modelo 400. Las diversas áreas en que está dividida la compañía son las siguientes:

1. Sección de lavadora
2. Sección de secadora
3. Sección de casamiento
4. Pruebas finales y empaque
5. Planta de secadoras

Las áreas 1, 2, 3 y 4 corresponden al ensamble del centro de lavado. El área 5 es un ensamble de una secadora (otro tipo de producto).

Las secciones de lavadora y secadora utilizarán algunos componentes que se fabricarán en la Planta de secadoras (la cual ya funcionaba al momento de nuestra publicación). Por ejemplo, la sección de lavadora recibirá los tambores, el quemador, el ducto de transición y la cámara de combustión y la sección de lavadoras recibirá la mayor parte de las piezas plásticas como son: la canasta, el agitador y la tina, entre otros componentes.

El tiempo de ciclo máximo permitido (t_{cmax}) es de 83.22 segundos para atender una demanda prevista de 355 unidades diarias en un turno de 9.3 horas. En el cuadro 1 se muestran los elementos de trabajo del modelo 400. En dicho cuadro. La columna 1 es solo un número consecutivo para referirse al elemento de trabajo. Las columnas 2 y 3 son otra forma de referirse a cada elemento de trabajo. Sin embargo, con esta notación, puede formarse la red de secuencias (tal como se utiliza en el método del camino crítico¹⁰). La columna 4 indica el tiempo de procesamiento (t_e) en segundos de cada elemento. La columna 5 es una descripción simplificada del elemento y la columna 6 indica el número de subconjunto permitido para el elemento de trabajo en cuestión. Las columnas 7 a 12 tienen el mismo significado que de 1 a 6.

En el cuadro 2 se muestran los números de subconjuntos que se formaron debido a que los elementos están asignados en diferentes áreas operativas. En el cuadro 2, el subconjunto 1 contiene 10 elementos de trabajo (que en este caso coinciden con los números del 1 al 10 y que son los indicados en la columna 1 del cuadro 1). De la misma manera, los demás subconjuntos contienen números de elementos de trabajo que corresponden a las columnas 1 o 7 del cuadro 1.

El origen de los subconjuntos se debe a que hay subprocesos que se llevan a cabo en las diferentes áreas operativas y que corresponden a componentes que se utilizan en otras

secciones. Por ejemplo, los tambores se procesan en la Planta de secadoras y se envían a la sección de secadoras (del área de ensamble de centros de lavado).

Diseño del modelo genético

Los algoritmos genéticos (AG) fueron introducidos por Holland¹¹ en 1975 y han sido aplicados en numerosas disciplinas como las matemáticas, la ingeniería, la biología y las ciencias sociales (Golberg¹²). Los AG's son algoritmos de búsqueda basados en el mecanismo de la selección natural y de la genética. Combinan el concepto de supervivencia del más apto con intercambio aleatorio de información estructurada, para formar algoritmos robustos de búsqueda.

El concepto del AG se basa en el proceso de evolución que ocurre en los seres vivos. Se genera una población inicial de posibles soluciones (*individuos* o *cromosomas*). Luego algunos individuos se seleccionan como padres para producir hijos vía el *operador de cruzamiento*. Todos los individuos son, entonces, evaluados y seleccionados basándose en el concepto de Darwin¹³ de la supervivencia del más fuerte. El proceso de reproducción, evaluación y selección se repite hasta que se alcance un cierto criterio de terminación. Adicionalmente, se aplica con cierta probabilidad un *operador de mutación* a los individuos para cambiar su composición genética. El objetivo de este proceso de mutación es incrementar la diversidad en la población y asegurar una búsqueda suficientemente amplia.

Cada *iteración* (*generación* o *familia de soluciones*) está compuesta de cromosomas. Cada cromosoma a su vez se compone de *genes* individuales. Estos genes son codificaciones de las variables de diseño que son usadas para evaluar la función que esta siendo optimizada.

Enseguida se detalla cada paso del AG desarrollado.

Una solución está dada por un cierto número de estaciones de trabajo en las que han sido asignados todos los elementos de trabajo y que satisface todas las restricciones de precedencia y de subproceso definidos previamente (cuadros 1 y 2) y además de que el tiempo de ciclo de la estación más lenta (tc_i) es menor o igual que el tc_{max} .

Una vez que se ha definido lo que es una solución, ahora el siguiente paso es generar una población inicial de soluciones de tamaño p dado que se tienen n elementos de trabajo. Se utiliza el algoritmo del cuadro 3 para generar una solución factible.

Una vez que se genera el número de soluciones deseado, se dispone de una población inicial compuesta de p individuos o soluciones factibles.

Enseguida se debe definir una función de aptitud conveniente que para el caso, esta dada por el número de estaciones de trabajo (et_i) multiplicado por el tc_i de la i -ésima solución. Al terminar el algoritmo del cuadro 3, se genera una solución factible y el valor de k representa et_i .

Una vez que ya se conocen los valores de et_i y de tc_i para cada una de las p soluciones, éstas se ordenan de mejor a peor acuerdo al producto $(et_i)(tc_i)$ y se identifica la mejor solución hasta este paso.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Modelo 400											
Ele- mento	Nodos		Tiempo (segundos)	Descripción	subconjunto permitido	Ele- mento	Nodos		Tiempo (segundos)	Descripción	subconjunto permitido
	i	j					i	j			
1	1	10	2.567	A	1	52	740	750	5.738	BW	4
2	10	20	3.640	B	1	53	750	760	7.826	BX	4
3	20	30	2.063	C	1	54	760	770	2.254	BY	4
4	30	40	18.209	D	1	55	770	780	3.845	BZ	4
5	40	50	3.899	E	1	56	780	790	5.072	CA	4
6	50	60	0.922	F	1	57	790	800	2.254	CB	4
7	60	90	5.144	I	1	58	800	2020	6.714	CC	4
8	90	100	0.922	J	1	59	1	820	3.845	CD	5
9	100	110	21.024	K	1	60	820	830	3.845	CE	5
10	110	120	13.565	L	1	61	830	840	6.005	CF	5
11	120	130	11.077	M	2	62	840	850	11.534	CG	5
12	130	140	2.884	N	2	63	850	860	0.382	CH	5
13	140	150	0.382	O	2	64	860	870	3.845	CI	5
14	150	160	8.878	P	2	65	870	880	0.382	CJ	5
15	160	170	8.892	Q	2	66	880	890	26.521	CK	5
16	170	180	0.382	R	2	67	890	900	7.777	CL	5
17	180	190	0.382	S	2	68	900	910	5.728	CM	5
18	190	200	2.884	T	2	69	910	920	4.777	CN	5
19	200	210	0.382	U	2	70	920	930	3.514	CO	5
20	210	220	8.878	V	2	71	930	940	6.682	CP	5
21	220	230	8.892	W	2	72	940	950	14.058	CQ	5
22	230	240	0.382	X	2	73	950	960	9.472	CR	5
23	240	250	0.382	Y	2	74	960	970	8.053	CS	5
24	250	260	2.884	Z	2	75	970	980	3.845	CT	5
25	260	270	0.382	AA	2	76	980	990	26.521	CU	5
26	270	280	8.878	AB	2	77	990	1000	15.581	CV	5
27	280	290	8.892	AC	2	78	1000	2090	4.860	CW	5
28	290	300	0.382	AD	2	79	1	1020	2.516	CX	6
29	300	2210	6.404	AE	2	80	1020	1030	8.676	CY	6
30	1	530	4.046	BA	3	81	1030	1040	6.088	CZ	6
31	530	540	4.342	BB	3	82	1040	1050	1.462	DA	6
32	540	550	3.712	BC	3	83	1050	1060	4.068	DB	6
33	550	560	0.979	BD	3	84	1060	1070	5.296	DC	6
34	560	570	2.837	BE	3	85	1070	1080	2.837	DD	6
35	570	580	2.671	BF	3	86	1080	1090	0.814	DE	6
36	580	590	5.542	BG	3	87	1090	1100	4.950	DF	6
37	590	2060	1.955	BH	3	88	1100	1110	4.950	DG	6
38	1	610	4.414	BI	3	89	1110	3050	2.491	DH	6
39	610	620	1.994	BJ	3	90	1	1130	2.286	DI	7
40	620	630	7.787	BK	3	91	1130	1140	10.652	DJ	7
41	630	640	4.367	BL	3	92	1140	1150	2.286	DK	7
42	640	650	6.8	BM	3	93	1150	1160	3.892	DL	7
43	650	660	8.446	BN	3	94	1160	1170	11.988	DM	7
44	660	670	4.936	BO	3	95	1170	1180	51.145	DN	7
45	670	680	3.845	BP	4	96	1180	1190	5.760	DO	7
46	680	690	3.845	BQ	4	97	1190	1410	1.634	DP	7
47	690	700	7.085	BR	4	98	1	1210	3.845	DQ	8
48	700	710	4.428	BS	4	99	1210	1220	3.982	DR	8
49	710	720	3.845	BT	4	100	1220	1230	5.515	DS	8
50	720	730	14.058	BU	4	101	1230	1240	1.321	DT	8
51	730	740	6.17	BV	4	102	1240	1250	3.845	DU	8

Cuadro 1. Información de los elementos de trabajo

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Modelo 400											
Ele- mento	Nodos		Tiempo (segundos)	Descripción	subconjunto permitido	Ele- mento	Nodos		Tiempo (segundos)	Descripción	subconjunto permitido
	i	j					i	j			
103	1250	1260	19.696	DV	8	154	1810	2130	45.216	FY	13
104	1260	1270	5.515	DW	8	155	2030	2040	17.773	FZ	13
105	1270	1440	3.845	DX	8	156	1810	1820	2.376	GA	13
106	1	1290	4.108	DY	8	157	1820	2190	7.826	GB	13
107	1290	1300	2.304	DZ	8	158	2020	2030	3.337	GC	13
108	1300	1310	13.662	EA	8	159	2030	2050	3.665	GD	13
109	1310	1320	3.517	EB	8	160	2050	2060	13.662	GE	13
110	1320	1330	7.466	EC	8	161	2060	2070	3.481	GF	13
111	1330	1340	7.466	ED	8	162	2090	2100	2.866	GI	13
112	1340	1350	2.282	EE	8	163	2100	2110	7.628	GJ	13
113	1350	1360	5.058	EF	9	164	2070	2190	3.852	GM	13
114	1360	1370	4.446	EG	9	165	2090	2094	13.662	GQ	13
115	1370	1380	4.446	EH	9	166	2090	2185	3.344	GU	13
116	1380	1390	10.314	EI	9	167	1750	1870	5.011	HF	14
117	1390	1400	4.856	EJ	9	168	1870	1880	7.628	HG	14
118	1400	1410	4.608	EK	9	169	1880	2190	3.852	HH	14
119	1410	1420	3.355	EL	9	170	1750	2090	7.754	HI	14
120	1420	1430	15.520	EO	9	171	2090	2130	30.373	HJ	14
121	1430	1440	4.320	EP	9	172	2130	2170	4.810	HK	14
122	1440	1450	4.856	EQ	9	173	2170	2190	13.662	HL	14
123	1450	1460	3.845	ER	9	174	2130	2135	4.082	HM	14
124	1460	1470	5.436	ES	9	175	2130	2190	3.470	HQ	14
125	1470	1480	4.856	ET	9	176	2190	2193	2.693	HW	13
126	1480	1490	4.072	EU	9	177	2193	2196	4.212	HX	13
127	1490	1500	8.557	EV	9	178	2196	2230	7.628	HY	13
128	1500	1510	2.765	EW	9	179	2230	2235	3.136	HZ	13
129	1510	1520	4.320	EX	9	180	2235	2240	31.763	IB	13
130	1520	1530	15.520	EY	9	181	2190	2200	2.502	IC	14
131	1530	3020	2.282	EZ	9	182	2200	2210	4.039	ID	14
132	1	1550	8.510	FA	10	183	2210	2220	6.008	IE	14
133	1550	1560	3.064	FB	10	184	2220	2230	1.919	IF	14
134	1560	1570	5.166	FC	10	185	2230	2260	1.595	IG	14
135	1570	1580	1.282	FD	10	186	2260	2270	13.662	IH	14
136	1580	1590	5.058	FE	10	187	2270	2280	2.376	II	14
137	1590	1640	4.550	FF	10	188	2280	2290	7.826	IJ	14
138	1	1610	7.060	FG	11	189	2290	3010	13.662	IK	14
139	1610	1620	3.920	FH	11	190	2240	2245	2.693	IL	13
140	1620	1630	1.490	FI	11	191	2245	2250	4.212	IM	13
141	1630	1640	4.900	FJ	11	192	2250	2255	7.628	IN	13
142	1640	1650	3.539	FK	11	193	2255	2290	3.136	IO	13
143	1650	1660	29.444	FL	11	194	2290	3000	37.796	IQ	13
144	1660	1670	3.996	FM	11	195	3010	3020	3.064	IR	14
145	1670	1680	29.444	FN	11	196	3020	3030	7.027	IS	14
146	1680	3080	6.466	FO	11	197	3030	3040	3.557	IT	14
147	1	1700	2.502	FP	12	198	3040	3050	3.269	IU	14
148	1700	1710	2.502	FQ	12	199	3050	3060	5.011	IV	14
149	1710	1720	43.369	FR	12	200	3060	3070	43.009	IX	14
150	1720	1730	9.418	FS	12	201	3070	3080	5.011	IY	14
151	1730	1760	3.337	FV	12	202	3030	3035	6.678	IZ	14
152	1760	1770	8.183	FW	12	203	3080	3090	9.965	JA	14
153	1770	1810	4.684	FX	13	204	3090	4000	27.457	JB	14

Cuadro 1. Información de los elementos de trabajo (continuación)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Modelo 400											
Ele- mento	Nodos		Tiempo (segundos)	Descripción	subconjunto permitido	Ele- mento	Nodos		Tiempo (segundos)	Descripción	subconjunto permitido
	i	j					i	j			
205	4000	4010	3.136	JC	14	214	3000	3020	0.000	Ficticia	
206	4010	4020	5.011	JD	14	215	3035	3040	0.000	Ficticia	
207	4020	4030	5.011	JE	14	216	2185	2190	0.000	Ficticia	
208	4030	4040	5.011	JF	14	217	2260	2280	0.000	Ficticia	
209	4040	4050	29.228	JG	14	218	2110	2130	0.000	Ficticia	
210	4050	4060	5.011	JH	14	219	1	1750	0.000	Ficticia	
211	4060	4070	83.190	JI	14	220	1	2185	0.000	Ficticia	
212	2040	2050	0.000	Ficticia		221	2094	2190	0.000	Ficticia	
213	2135	2190	0.000	Ficticia							

Cuadro 1. Información de los elemento de trabajo (continuación)

Modelo 400																				
Subconjunto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10										
2	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	
3	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44					
4	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58						
5	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78
6	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89									
7	90	91	92	93	94	95	96	97												
8	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112					
9	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	
10	132	133	134	135	136	137														
11	138	139	140	141	142	143	144	145	146											
12	147	148	149	150	151	152														
13	159	160	161	162	163	164	165	166	176	177	178	179	180	190	191	192	193	194		
14	153	154	155	156	157	158	167	168	169	170	171	172	173	174	175	181	182	183	184	185
	186	187	188	189	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210
	211																			

Cuadro 2. Subconjuntos requeridos por el proceso

Lo siguiente es la reproducción, para la cual se fija una tasa t_R la cual se recomienda que tenga un valor entre 0.85 y 0.90¹⁴. Si la fijamos en 0.88 implica que el 88% de la población va a formar parejas para generar un hijo. Para llevar a cabo la reproducción, se considera una selección aleatoria de las parejas. Debe mencionarse que et_i representa también la longitud del cromosoma (l) y cada estación de trabajo es un gen.

Después de seleccionar una pareja (p_1, p_2) , se procede a su reproducción utilizando el algoritmo que se detalla en el cuadro 4.

Se continúa la selección de otras parejas hasta completar la tasa de reproducción establecida.

Ahora se procede a la mutación dada una tasa t_m cuyo valor se recomienda¹⁵ alrededor de 0.2. Si $t_m = 0.2$ implica que el 20% de la población actual se mutará. Una mutación se obtiene de acuerdo con el algoritmo del cuadro 5.

1. Hacer $k = 0$ e inicializar el conjunto de elementos no asignados S .
2. Se abre la estación $k=k+1$. Hacer $st_k = 0$.
3. Si $S \neq \emptyset$ se selecciona al azar un elemento e a partir del conjunto de los elementos no considerados y no asignados. En caso contrario ir al paso 9.
4. Acumular tiempo: $st_k = st_k + t_e$. Si $st_k \leq tc_{max}$ ir al paso 5. Si no, marcar el elemento e como ya considerado e ir al paso 3.
5. Identificar todos los elementos inmediatos anteriores de los que depende e y formar el conjunto E .
6. Verificar si todo elemento del conjunto E ya fue asignado en la estación k o en alguna estación j anterior donde $j \leq k$. Si así es, ir al paso 7. En caso contrario, marcar el elemento e como ya considerado e ir al paso 3.
7. Verificar si el elemento e pertenece a un subconjunto compatible con el o los subconjuntos ya asignados en la estación k . Si así es, ir al paso 8. En caso contrario, marcar el elemento e como ya considerado e ir al paso 3.
8. Asignar el elemento e a la estación k . continuar en el paso 3.
9. Si no se han asignado todos los n elementos, cerrar la estación y continuar en el paso 2. En caso contrario, terminar el algoritmo.

Cuadro 3. Algoritmo para generar una solución al azar.

1. Seleccionar al azar dos padres a partir de la población.
2. Seleccionar el k -ésimo gen donde $1 \leq k \leq l$ y l es la longitud menor de ambos padres.
3. Intercambiar el lado derecho de los cromosomas de ambos padres a partir del gen $k+1$ (método SPX).
4. Verificar que no falte ningún elemento en ambos hijos.
5. Verificar que no se exceda el tc_{max} en ambos hijos.
6. Verificar que en ninguna estación de ambos hijos se mezclen elementos de subconjuntos no compatibles entre sí.
7. Si los pasos 4, 5 y 6 se cumplen, terminar el algoritmo. En caso contrario ir al paso 1.

Cuadro 4. Algoritmo para la reproducción.

Sigue entonces la inserción, para la cual se establece una tasa de reemplazo t_r cuyo valor puede ser hasta el 100%¹⁶. Si $t_r = 0.50$ implica que la segunda mitad de la población actual ordenada (la peor) se reemplazará por la primera mitad de la nueva generación ordenada (la mejor).

La proporción de la nueva población a utilizar para reemplazar a la anterior está compuesta: (a) exclusivamente por nuevas soluciones o (b) por nuevas soluciones, soluciones de la población actual que no se reprodujeron y soluciones producto de una mutación.

El proceso descrito en cada iteración va creando nuevas generaciones y se detiene cuando alcanza una meta establecida o satisface una regla de detención.

Experimentación y resultados

Se diseñó una interfase gráfica utilizando MatLab® versión 7. En el cuadro 1 se puede observar que son 211 elementos de trabajo considerados y 10 elementos ficticios que son necesarios para que las precedencias sean correctas. En el cuadro 2 se muestran los subconjuntos que contienen los elementos de trabajo y que implica que no pueden mezclarse elementos de subconjuntos no permitidos.

1. Calcular la probabilidad de mutación de acuerdo con la ecuación 1.

$$p_m = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{l} \right) \quad (1)$$

2. Generar un número continuo aleatorio r_i tal que $0 \leq r_i \leq 1$.
3. Si $r_i < p_m$ ir al paso 4 para la mutación. De lo contrario ir al paso 12.
4. Generar un número entero aleatorio tal que $1 \leq r'_i \leq p$ para seleccionar el número de solución a mutar.
5. Generar una nueva solución utilizando el algoritmo del cuadro 3.
6. Generar otro número entero aleatorio tal que $1 \leq r''_i \leq l$ para identificar a partir de qué número de gen se va a intercambiar por la nueva solución del paso 5.
7. Intercambiar por la derecha los genes de ambas soluciones a partir del gen r''_i .
8. Verificar que no falte ningún elemento en la solución mutada.
9. Verificar que no se exceda el $t_{C_{max}}$ en la solución mutada.
10. Verificar que en ninguna estación de la solución mutada se mezclen elementos de subconjuntos no compatibles entre sí.
11. Si los pasos 8, 9 y 10 se cumplen, ir al paso 12. En caso contrario ir al paso 2.
12. Si no se ha completado la tasa de mutación, continuar en el paso 2. De lo contrario terminar el algoritmo.

Cuadro 5. Algoritmo para la mutación.

Para evaluar el desempeño del algoritmo, se efectuaron 20 corridas, cada una de 15 iteraciones, con los siguientes parámetros:

$$p = 15 \quad t_R = 0.70 \quad t_m = 0.20 \quad t_r = 0.50$$

La selección de parejas para la reproducción fue al azar y la función de aptitud quedó definida según la ecuación 2.

$$F = \min_{i=1,\dots,y} (et_i)(tc_i) \quad (2)$$

Adicionalmente, la regla de detención se activa cuando se acumulan 30 intentos consecutivos y en cada caso la diferencia entre los valores de la función de aptitud de una solución a otra es menor a 0.0001.

En la figura 1 se muestra el resultado de dichas corridas. Se puede apreciar que el comportamiento es consistente en la reducción de la función de aptitud (lo cual equivale

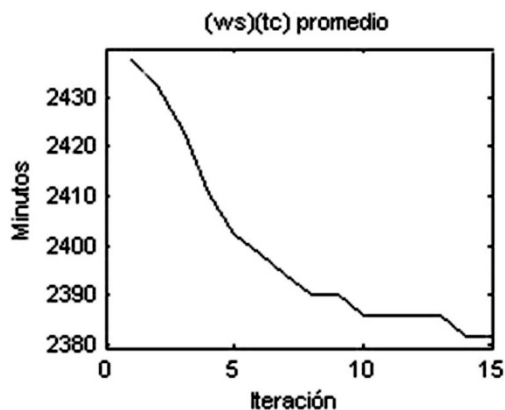


Figura 1. Desempeño promedio del algoritmo.

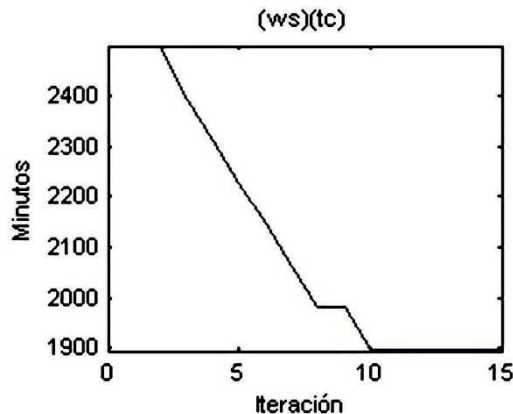


Figura 2. Evolución de la mejor corrida

a reducir el número de estaciones). Una vez que se sabe que el modelo es confiable se seleccionó la mejor corrida de las 20 que se hicieron. El resultado se muestra en la figura 2 y en el cuadro 6, observando que 15 iteraciones fueron suficientes para alcanzar el resultado deseado.

1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
Estación	No.	i	j	Crítica	Segundos	Descripción	Estación	No.	i	j	Crítica	Segundos	Descripción
1	98	1	1210		3.845	DQ	2	87	1090	1100		4.950	DF
1	99	1210	1220		3.982	DR	2	88	1100	1110		4.950	DG
1	100	1220	1230		5.515	DS	2	89	1110	3050		2.491	DH
1	101	1230	1240		1.321	DT	53.07					44.147	
1	102	1240	1250		3.845	DU	3	138	1	1610		7.060	FG
1	103	1250	1260		19.696	DV	3	139	1610	1620		3.920	FH
1	106	1	1290		4.108	DY	3	140	1620	1630		1.490	FI
1	107	1290	1300		2.304	DZ	3	141	1630	1640		4.900	FJ
1	108	1300	1310		13.662	EA	20.88					17.370	
1	109	1310	1320		3.517	EB	4	1	1	10		2.567	A
1	110	1320	1330		7.466	EC	4	2	10	20		3.640	B
1	111	1330	1340		7.466	ED	4	3	20	30		2.063	C
1	112	1340	1350		2.282	EE	4	4	30	40		18.209	D
1	219	1	1750		0.000	Ficticia	4	5	40	50		3.899	E
1	220	1	2185		0.000	Ficticia	4	6	50	60		0.922	F
94.97					79.009		4	7	60	90		5.144	I
2	79	1	1020		2.516	CX	4	8	90	100		0.922	J
2	80	1020	1030		8.676	CY	4	9	100	110		21.024	K
2	81	1030	1040		6.088	CZ	4	10	110	120		13.565	L

2	82	1040	1050		1.462	DA	86.49						71.953	
2	83	1050	1060		4.068	DB	5	147	1	1700			2.502	FP
2	84	1060	1070		5.296	DC	5	148	1700	1710			2.502	FQ
2	85	1070	1080		2.837	DD	5	149	1710	1720			43.369	FR
2	86	1080	1090		0.814	DE	5	150	1720	1730			9.418	FS

Cuadro 6. El mejor resultado de una serie de 20 corridas (continúa en la siguiente página)

1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
Esta- ción	No.	i	j	Crí- tica	Segun- dos	Descrip- ción	Esta- ción	No.	i	j	Crí- tica	Segun- dos	Descrip- ción
5	151	1730	1760		3.337	FV	11	68	900	910	*	5.728	CM
5	152	1760	1770		8.183	FW	11	69	910	920	*	4.777	CN
83.32					69.311		11	70	920	930	*	3.514	CO
6	30	1	530		4.046	BA	93.95					78.154	
6	31	530	540		4.342	BB	12	96	1180	1190		5.760	DO
6	32	540	550		3.712	BC	12	97	1190	1410		1.634	DP
6	33	550	560		0.979	BD	8.89					7.394	
6	34	560	570		2.837	BE	13	169	1880	2190		3.852	HH
6	35	570	580		2.671	BF	4.63					3.852	
6	36	580	590		5.542	BG	14	45	670	680		3.845	BP
6	37	590	2060		1.955	BH	14	46	680	690		3.845	BQ
6	38	1	610		4.414	BI	14	47	690	700		7.085	BR
6	39	610	620		1.994	BJ	14	48	700	710		4.428	BS
6	40	620	630		7.787	BK	14	49	710	720		3.845	BT
6	41	630	640		4.367	BL	14	50	720	730		14.058	BU
6	42	640	650		6.800	BM	14	51	730	740		6.170	BV
6	43	650	660		8.446	BN	14	52	740	750		5.738	BW
6	44	660	670		4.936	BO	14	53	750	760		7.826	BX
77.93					64.826		14	54	760	770		2.254	BY
7	153	1770	1810		4.684	FX	14	55	770	780		3.845	BZ
7	154	1810	2130		45.216	FY	14	56	780	790		5.072	CA
7	156	1810	1820		2.376	GA	14	57	790	800		2.254	CB
7	157	1820	2190		7.826	GB	14	58	800	2020		6.714	CC
7	167	1750	1870		5.011	HF	92.53					76.979	
7	168	1870	1880		7.628	HG	15	11	120	130		11.077	M
7	170	1750	2090		7.754	HI	15	12	130	140		2.884	N
96.76					80.496		15	13	140	150		0.382	O
8	90	1	1130		2.286	DI	15	14	150	160		8.878	P
8	91	1130	1140		10.652	DJ	15	15	160	170		8.892	Q
8	92	1140	1150		2.286	DK	15	16	170	180		0.382	R
8	93	1150	1160		3.892	DL	15	17	180	190		0.382	S
8	94	1160	1170		11.988	DM	15	18	190	200		2.884	T
8	95	1170	1180		51.145	DN	15	19	200	210		0.382	U
98.87					82.249		15	20	210	220		8.878	V
9	113	1350	1360		5.058	EF	15	21	220	230		8.892	W
9	114	1360	1370		4.446	EG	15	22	230	240		0.382	X
9	115	1370	1380		4.446	EH	15	23	240	250		0.382	Y
9	116	1380	1390		10.314	EI	15	24	250	260		2.884	Z
9	117	1390	1400		4.856	EJ	15	25	260	270		0.382	AA
9	118	1400	1410		4.608	EK	15	26	270	280		8.878	AB
40.54					33.728		15	27	280	290		8.892	AC
10	104	1260	1270		5.515	DW	15	28	290	300		0.382	AD
10	105	1270	1440		3.845	DX	15	29	300	2210		6.404	AE
11.25					9.360		99.16					82.493	
11	59	1	820	*	3.845	CD	16	71	930	940	*	6.682	CP
11	60	820	830	*	3.845	CE	16	72	940	950	*	14.058	CQ
11	61	830	840	*	6.005	CF	16	73	950	960	*	9.472	CR
11	62	840	850	*	11.534	CG	16	74	960	970	*	8.053	CS
11	63	850	860	*	0.382	CH	16	75	970	980	*	3.845	CT

11	64	860	870	*	3.845	CI	16	76	980	990	*	26.521	CU
11	65	870	880	*	0.382	CJ	82.50					68.630	
11	66	880	890	*	26.521	CK	17	132	1	1550		8.510	FA
11	67	890	900	*	7.777	CL	17	133	1550	1560		3.064	FB

Cuadro 6. El mejor resultado de una serie de 20 corridas (continúa en la siguiente página)

1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
Estación	No.	i	j	Crítica	Segundos	Descripción	Estación	No.	i	j	Crítica	Segundos	Descripción
17	134	1560	1570		5.166	FC	24	175	2130	2190		3.470	HQ
17	135	1570	1580		1.282	FD	24	181	2190	2200		2.502	IC
17	136	1580	1590		5.058	FE	24	182	2200	2210		4.039	ID
17	137	1590	1640		4.550	FF	24	183	2210	2220		6.008	IE
33.21					27.630		24	184	2220	2230		1.919	IF
18	155	2030	2040		17.773	FZ	24	213	2135	2190		0.000	Ficticia
18	158	2020	2030		3.337	GC	85.19					70.866	
18	212	2040	2050		0.000	Ficticia	25	176	2190	2193	*	2.693	HW
25.38					21.110		25	177	2193	2196	*	4.212	HX
19	159	2030	2050		3.665	GD	25	178	2196	2230	*	7.628	HY
19	160	2050	2060		13.662	GE	25	179	2230	2235	*	3.136	HZ
19	161	2060	2070		3.481	GF	25	180	2235	2240	*	31.763	IB
19	164	2070	2190		3.852	GM	25	190	2240	2245	*	2.693	IL
29.64					24.660		25	191	2245	2250	*	4.212	IM
20	119	1410	1420		3.355	EL	25	192	2250	2255	*	7.628	IN
20	120	1420	1430		15.520	EO	25	193	2255	2290	*	3.136	IO
20	121	1430	1440		4.320	EP	80.66					67.102	
20	122	1440	1450		4.856	EQ	26	185	2230	2260		1.595	IG
20	123	1450	1460		3.845	ER	26	186	2260	2270		13.662	IH
20	124	1460	1470		5.436	ES	26	187	2270	2280		2.376	II
20	125	1470	1480		4.856	ET	26	188	2280	2290		7.826	IJ
20	126	1480	1490		4.072	EU	26	189	2290	3010		13.662	IK
20	127	1490	1500		8.557	EV	26	195	3010	3020		3.064	IR
20	128	1500	1510		2.765	EW	26	217	2260	2280		0.000	Ficticia
20	129	1510	1520		4.320	EX	50.71					42.186	
20	130	1520	1530		15.520	EY	27	194	2290	3000	*	37.796	IQ
20	131	1530	3020		2.282	EZ	27	214	3000	3020	*	0.000	Ficticia
95.81					79.704		45.43					37.796	
21	142	1640	1650		3.539	FK	28	196	3020	3030	*	7.027	IS
21	143	1650	1660		29.444	FL	28	197	3030	3040		3.557	IT
21	144	1660	1670		3.996	FM	28	198	3040	3050	*	3.269	IU
21	145	1670	1680		29.444	FN	28	199	3050	3060	*	5.011	IV
21	146	1680	3080		6.466	FO	28	200	3060	3070	*	43.009	IX
87.62					72.889		28	201	3070	3080	*	5.011	IY
22	77	990	1000	*	15.581	CV	28	202	3030	3035	*	6.678	IZ
22	78	1000	2090	*	4.860	CW	28	215	3035	3040	*	0.000	Ficticia
24.57					20.441		88.43					73.562	
23	162	2090	2100		2.866	GI	29	203	3080	3090	*	9.965	JA
23	163	2100	2110		7.628	GJ	29	204	3090	4000	*	27.457	JB
23	165	2090	2094		13.662	GQ	29	205	4000	4010	*	3.136	JC
23	166	2090	2185		3.344	GU	29	206	4010	4020	*	5.011	JD
23	216	2185	2190		0.000	Ficticia	29	207	4020	4030	*	5.011	JE
23	218	2110	2130		0.000	Ficticia	29	208	4030	4040	*	5.011	JF
23	221	2094	2190		0.000	Ficticia	66.82					55.591	
33.06					27.500		30	209	4040	4050	*	29.228	JG
24	171	2090	2130	*	30.373	HJ	30	210	4050	4060	*	5.011	JH
24	172	2130	2170	*	4.810	HK	41.16					34.240	

24	173	2170	2190	*	13.662	HL	31	211	4060	4070	*	83.190	JI
24	174	2130	2135		4.082	HM	100.00					83.190	

Cuadro 6. El mejor resultado de una serie de 20 corridas

Enseguida se explica el contenido del cuadro 6.

La columna 1 muestra la k -ésima estación. Cuando ésta cambia a la siguiente estación, se intercala un renglón en el cual se muestra (en la columna 1) la eficiencia de la estación (E_k), que se calcula como se indica en las ecuaciones 3 y 4.

$$E_k = \left(\frac{st_k}{tc} \right) 100 \quad (3)$$

$$tc = \max_{i=1, \dots, k} \{tc_i\} \quad (4)$$

k corresponde al número de estaciones utilizadas en la solución.

La columna 2 es un número consecutivo para referirse al número de elemento de trabajo. Las columnas 3 y 4 son los nodos (i, j) de cada elemento de trabajo y que permiten construir la red CPM como ya se mencionó.

La columna 5 muestra un asterisco cuando el elemento de trabajo forma parte del camino crítico de la red. Esto es importante, ya que implica que si hay un atraso (o adelanto) en la realización de dicho elemento, el tiempo de ciclo incurrido se afectará de manera directa. De tal forma que se deberá poner especial cuidado en ello, al momento de tomar decisiones que aceleran o retrasan el elemento.

La columna 6 muestra el tiempo de realización del elemento y la columna 7 una descripción simplificada del mismo.

La solución mostrada utilizó 31 estaciones de trabajo (k^*) y alcanzó una eficiencia promedio (\bar{E}) de 62.37%. Debe recordarse que la aptitud solo está en función del número de estaciones. La eficiencia promedio se obtiene de acuerdo a la ecuación 5.

$$\bar{E} = \frac{1}{k^*} \sum_{i=1}^{k^*} E_i \quad (5)$$

El tiempo de ciclo que requirió fue de 83.19 segundos (tc^*) el cual es menor al tc_{max} .

Finalmente, la serie de 20 corridas consumió 6.303 horas y la mejor corrida 16.51 minutos en una computadora Pentium(R) D, 3.00 GHz y 0.99 GB de RAM.

Conclusiones

Los resultados obtenidos indican que el AG diseñado permite obtener una solución atractiva a un problema en el que interactúan tres aspectos: las restricciones asociadas a varios procesos interrelacionados, las secuencias propias de cada elemento de trabajo y el tiempo de ciclo que no debe excederse. Ello representa un escenario complejo en el que no es fácil encontrar un balanceo satisfactorio. Se observa también que los elementos de trabajo con tiempos de realización bajos y que están ligados a ciertas dependencias, inciden fuertemente en la eficiencia lograda en el balanceo (por ejemplo, las estaciones 10, 12 y

13). Esta situación surge necesariamente por el hecho de que un subproceso debe llevarse a cabo antes que otro u otros subprocesos además de las otras dos causas ya mencionadas.

Trabajo futuro

Una vez que se ha logrado un primer balanceo a partir de las condiciones expuestas, puede realizarse una planeación de la capacidad en relación a cada elemento de trabajo; es decir, los recursos que cada elemento requiere deben ser solo los necesarios. Si se dispone de menos recursos, habrá retrasos y si existen recursos sobrados, se incurrirá en costos indebidos. Este análisis está en vías de estudio.

Otro estudio de interés es aplicar el análisis de Pareto para considerar dos o más objetivos en conflicto, como es el caso de reducir el número de estaciones e incrementar la eficiencia promedio.

Referencias

- ¹ Ponnambalam, S. G., Aravindam, P., and Mogileeswar, G., "A Multi-Objective Genetic Algorithm for Solving Assembly Line Balancing Problem". *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 16 No. 1, 2000.
- ² Gutjahr, A. L. and Nemihauer, G. L., "An algorithm for the line balancing problem". *Management Science*, Vol. 11 No. 2, 1964.
- ³ Hackman, S. T., Magazine, M. J., and Wee, T. S., "Fast, effective algorithms for simple assembly line balancing problems". *Journal of Operational Research*, Vol. 37, No. 6, 1989.
- ⁴ Helgeson, W. P. and Birnie, E. P., "Assembly line balancing using the ranked positional weight technique". *Journal of Industrial Engineering*, Vol. 12, No. 6, 1961.
- ⁵ Kilbridge, M. D., and Wester, L. "A heuristic method of assembly line balancing", *Journal of Industrial Engineering*, Vol. 12 No. 4, 1961.
- ⁶ Wee, T. S. and Magazine, M. J., "An efficient Branch and Bound algorithm for an assembly line balancing problem. Part I. Minimise the number of workstations". Working Paper 150, University of Waterloo, Ontario, Canada, 1981.
- ⁷ Ghosh, S. and Gagnom, R., "A comprehensive literature review and analysis of the design, balancing and scheduling of assembly lines". *International Journal of Production Research*, Vol. 27, No. 4, 1989.
- ⁸ Baybars, I., "A survey of exact algorithms for the simple assembly line balancing problem", *Management Science*, Vol. 32, No. 8, 1986.
- ⁹ Brian, T. F., Patterson, J. H., and Gehrlein W. V., "A comparative evaluation of heuristic line balancing techniques". *Management Science*, Vol. 32 No. 4, 1986.
- ¹⁰ Ramirez-Campos, S. and Salais Fierro, T., "Flexibility and Time Optimization in an Automotive Assembly Line: A Neural Network Approach". *Proceedings of Business & Industry Symposium: Advanced Simulation Technology Conference*, Arlington, VA, USA, April 18-22, 2004.
- ¹¹ Holland, J. H., "Adaptation in Natural and Artificial Systems". The University of Michigan Press, Ann Harbor Michigan, 1975.

- ¹² Goldberg, D.E., "Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning", *Addison-Wesley Pub Co.*, MA, 1989.
- ¹³ Darwin, C., "El origen de las especies", 1997.*UNAM*.
- ¹⁴ Hill, S. and O' Riordan, C., "Genetic Algorithms, their Operators and the NK Model". *Technical report NUIG-IT-150601*, National University of Ireland, Galway, 2001.
- ¹⁵ Jahangirian, M. and G.V. Conroy, "Intelligent dynamic scheduling system". *Integrated Manufacturing Systems*, Vol. 11 No. 4, 2000.
- ¹⁶ Badibaru, A. B. and J.Y. Cheung, "Fuzzy Engineering Expert Systems with Neural Network Applications". *John Wiley & Sons, Inc.* 2002